**1077.**

Der Kanonenschuss ist ein waagerechter Wurf. Nach dem Verlassen der Kanone fliegt die Kugel nur noch auf Grund ihrer Trägheit weiter, sie hat keinen eigenen Antrieb mehr.

Ein waagerechter Wurf lässt sich mit der Gleichung für die Wurfparabel beschreiben:



y ist in diesem Fall die Höhe h der Kanone über dem Wasser, x die Entfernung w der Einschlagstelle von der Küste und v die Abwurfgeschwindigkeit.

Als erstes fragt man, wie weit die Kugel von dieser Höhe aus mit der bekannten Anfangsgeschwindigkeit überhaut fliegt.

Die Wurfparabel muss nach x umgestellt werden:



Natürlich fällt sofort auf, dass hier aus einer negativen Zahl die Wurzel gezogen werden soll und das geht ja bekanntlich nicht. Da die Kugel aber nach unten fällt, ist die Höhe auch negativ, so dass die Wurzel wieder positiv wird.



Die Kugel fliegt also 903 m und sollte dort auf das Schiff treffen.

Das Schiff bewegt sich aber auch auf die Küste zu und sollte dann, wenn die Kugel da ist, ebenfalls an diesem Ort sein.

Das Schiff fährt mit 9 Knoten. Das ist eine Geschwindigkeitseinheit der Seefahrt. Es gilt:



Das heißt, das Piratenschiff nähert sich der Küste mit 4,6 Metern je Sekunde. Diese Geschwindigkeit muss der Kanonier unbedingt beachten, damit die Kugel trifft.

Dazu muss er wissen, wie lange die Kugel fliegt und welche Strecke das Schiff in dieser Zeit fährt.

Der waagerechte Wurf ist eine überlagerte Bewegung einer gleichförmigen Bewegung in x-Richtung und dem freien Fall. Beide laufen unabhängig voneinander ab.

Damit braucht die Kugel, die ja in x-Richtung mit 200 m/s abgeschossen wurde, 4,51 Sekunden bis zum Aufschlag

Das Schiff fährt in dieser Zeit rund 21 m.

Wäre es also beim Abschuss der Kanone genau an der Trefferstelle, würde es beim Aufschlag der Kugel schon näher an der Küste sein.

**1078.**

geg:



ges.:



Die Gesamtmasse wird gleich in Gramm umgerechnet, da die Dichte in Gramm je Kubikzentimeter gegeben ist.

Was ist bekannt?

**1.** Die Gesamtmasse, die ja bekannt ist, setzt sich aus der Masse des Goldes und der Masse des Bleies zusammen.



**2.** Das Gesamtvolumen, das ebenfalls bekannt ist, ist die Summe des Volumens des Goldes plus des Volumens des Bleies.



Die bekannten Größen sind grün hervorgehoben.

Damit haben wir zwei Gleichungen mit vier unbekannten Größen. Ein solches System ist erst mal nicht lösbar.

Es sind aber zum Glück noch die Dichten der beiden Stoffe bekannt und zwischen Masse, Dichte und Volumen gilt:



Das kann in die zweite Gleichung eingesetzt werden:



In den beiden Gleichungen sind jetzt nur noch die beiden Massen unbekannte Größen. Damit haben wir zwei Gleichungen mit zwei unbekannten Größen und das ist lösbar.

Die beiden Gleichungen müssen geschickt ineinander eingesetzt werden. Da die Masse des Goldes gesucht ist, wird die erste Gleichung nach der Bleimasse umgestellt und das in die zweite Gleichung eingesetzt.



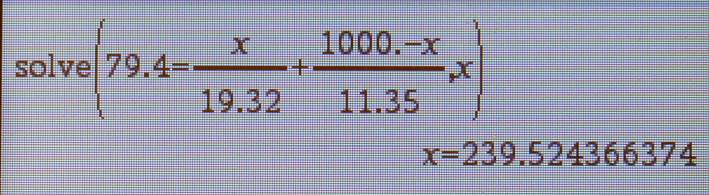
Eingesetzt:



In dieser Gleichung ist jetzt nur noch die gesuchte Größe, also die Goldmasse, eine Unbekannte.

Diese Masse kann nun mit dem Solver im Taschenrechner berechnet werden oder die Gleichung wir traditionell umgestellt.

Im Solver sieht es so aus:



Umstellung:

Zuerst wird der hintere Bruch aufgelöst:



Dann werden die Brüche, in der die unbekannte Masse steht, auf einer Seite isoliert:



und die Goldmasse ausgeklammert:



Damit erhält man zum Schluss



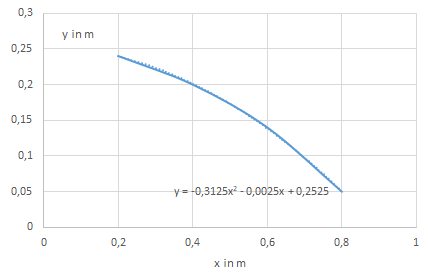
Nun kann man Einsetzten und Berechnen:



Der Schurke, der den Goldbarren mit 1 kg Masse verkauft, hat also nur 240 g reines Gold verwendet. 760 g sind einfach nur Blei.

**1079.**

**a)** Für die Bestimmung der Gleichung für die Wurfparabel kann man eine Tabellenkalkulation oder einen grafischen Taschenrechner benutzen. Die gegebenen Wertepaare werden eingegeben und die Gleichung kann ermittelt werden. In Excel heißt das z.B. Trendlinie, bei grafischen Taschenrechner nutzt man die Regression.



Excel zeigt als Gleichung



an. Da die Wurfparabel eine quadratische Funktion ist und die Reibung vernachlässigt wird, kann der geringe lineare Teil weggelassen werden.



**b)** Die gesuchte Abwurfhöhe erhält man, wenn man die Wurfweite x=0 setzt. Dann verschwindet der erste Summand und man erhält:



Die Wurfweite erhält man, wenn man die Höhe y über dem Erdboden 0 setzt.



Diese Gleichung lässt sich nach x umstellen:



**c)** Die Abwurfgeschwindigkeit ist die Geschwindigkeit, mit der das Bauteil das Förderband in x-Richtung verlässt. Da die Reibung vernachlässigt wird, bewegt es sich mit dieser Geschwindigkeit in x-Richtung weiter, bis es im Behälter aufschlägt. Dabei fliegt er 0,9 m. Um zu wissen, mit welcher Geschwindigkeit er fliegt, muss man die Zeit kennen, in der er diese Strecke zurücklegt.

Das ist aber genau die Zeit, die der Körper braucht, um die Strecke von 0,2525 m nach unten zu fallen. Diese Bewegung ist ein freier Fall.

Für den freien Fall gilt:



Der Weg und die Fallbeschleunigung sind bekannt, so dass die Zeit berechnet werden kann:



Damit kann die gesuchte Geschwindigkeit berechnet werden:



**d)** Der waagerechte Wurf stellt eine ungestörte Überlagerung einer gleichförmigen, waagerechten Bewegung und einem freien Fall dar.

Der zweite Körper fällt einfach nur frei nach unten.

Wenn beide zum gleichen Zeitpunkt auftreffen sollen, muss der zweite Körper aus der gleichen Höhe wie der erste Körper fallen, also aus 0,2525 m.

**e)** Der frei fallende Körper trifft mit einer kleineren Geschwindigkeit als der geworfene Körper auf.

Bei dem geworfenen Körper kommt zu der Geschwindigkeit aus dem freien Fall noch die Abwurfgeschwindigkeit hinzu. Die beiden Geschwindigkeiten addieren sich vektoriell. Damit ist diese Geschwindigkeit immer größer als die Geschwindigkeit des einfach frei fallenden Körpers.

**1080.**

|  |  |
| --- | --- |
| **a)** In beiden Punkten wirkt die Radialkraft zum Mittelpunkt der Kreisbewegung.  Die Radialkraft hängt von der Masse des Körpers, seiner Geschwindigkeit und dem Radius der Kreisbahn ab.  Masse und Radius sind in beiden Punkten gleich, spielen also keine Rolle. |  |

Die Geschwindigkeit im Punkt B ist größer als im Punkt C. Da die Radialkraft proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit ist, ist der Betrag der Radialkraft im Punkt B auch größer als im Punkt C.

**b)** Die Radialkraft berechnet sich mit



Da alles gegeben ist, kann die Radialkraft berechnet werden



**c)** Für den Energieerhaltungssatz müssen die Energien für die Punkte D und C betrachtet werden:

Im Punkt D hat der Körper nur kinetische Energie, da er sich in der Höhe 0 befindet und eine Geschwindigkeit hat.

Im Punkt C besitzt der Körper sowohl potenzielle als auch kinetische Energie, da er über dem Boden eine Höhe hat und mit einer Geschwindigkeit den Punkt durchfährt.

Es gilt:



Wie üblich kürzt sich bei solchen Aufgaben die Masse raus und spielt keine Rolle mehr.



Die Höhe h entspricht dem Durchmesser des Loopings und demnach dem doppelten Radius.



Im Punkt D hat der Körper nur kinetische Energie. Da er bis zum Punkt E reibungsfrei fährt, wird unterwegs ja keine Bewegungsenergie in thermische Energie umgesetzt, der Körper hat im Punkt D die gleiche Energie wie im Punkt E. Demnach sind auch seine Geschwindigkeiten in beiden Punkten gleich groß.

**d)** Der Körper trifft mit einer bestimmten kinetischen Energie auf die Feder. Hat er sie zusammengedrückt, ist seine Geschwindigkeit und demnach auch seine kinetische Energie 0. Seine gesamte kinetische Energie wurde über Federspanarbeit in Federspannenergie umgewandelt.



Die Gleichungen sind bekannt und können eingesetzt werden:



D ist die gesuchte Federkonstante, nach der umgestellt wird:



Da alles bekannt ist, kann die gesuchte Federkonstante berechnet werden:



Das sind also 3736 N notwendig, um diese Feder 1 m zusammenzudrücken. Das ist eine sehr harte Feder. Sie wird bei diesem Körper und dieser Geschwindigkeit (rund 15 mk/h) auch nur um 3 cm zusammengedrückt.

**1081.**

|  |  |
| --- | --- |
| **a)** Die Gewichtskraft zeigt senkrecht nach unten und die Reibungskraft parallel zur Ebene entgegen der Bewegungsrichtung, also nach oben. |  |
| Die Normalkraft wirkt senkrecht auf die Unterlage. Sie wird direkt aus der Gewichtskraft konstuiert. |  |

**b)** Eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung liegt dann vor, wenn auf den Körper eine konstante Kraft wirkt.

Die Gewichtskraft und die Reibungskraft sind laut Aufgabenstellung konstant. Damit ist die nach unten wirkende Hangabtriebskraft auch konstant und die Bewegung gleichmäßig beschleunigt.

**1082.**

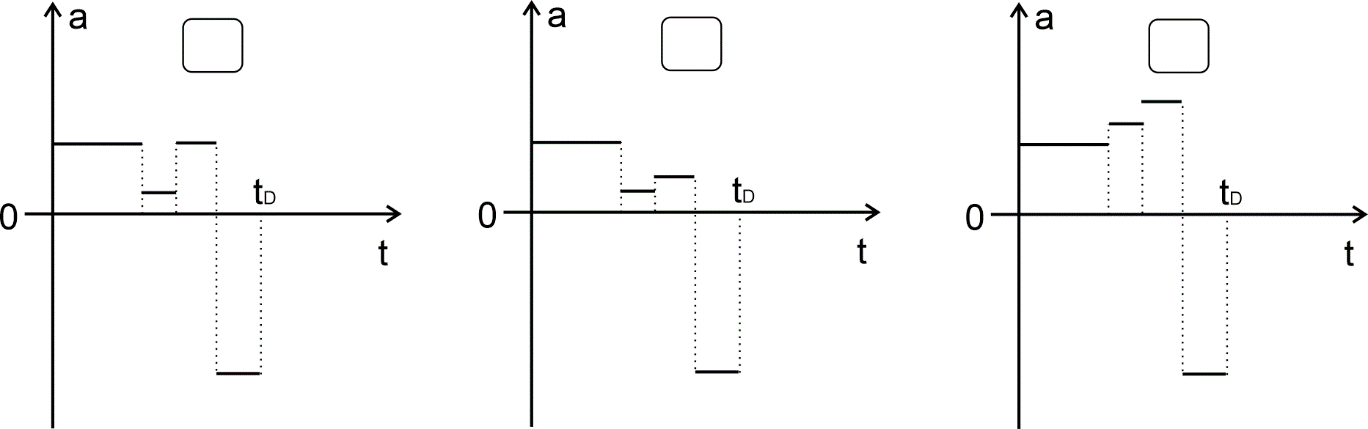
**a)** Im Punkt O besitzt das Kind nur potenzielle Energie, da es in Ruhe ist.

Beginnt es zu Rutschen, wandelt sich die potenzielle Energie durch Beschleunigungsarbeit in kinetische Energie um. Die Reibung verhindert, dass sich die gesamte potenzielle Energie in kinetische Energie umwandelt. Ein Teil geht durch Reibungsarbeit in thermische Energie über.

Im Punkt C ist die gesamte potenzielle Energie in kinetische und thermische Energie umgewandelt worden.

Von da ab wird die Geschwindigkeit bis zum Stillstand immer kleiner. Das heißt, dass die kinetische Energie komplett in thermische Energie umgewandelt wird.

**b)**



Das erste Diagramm ist richtig.

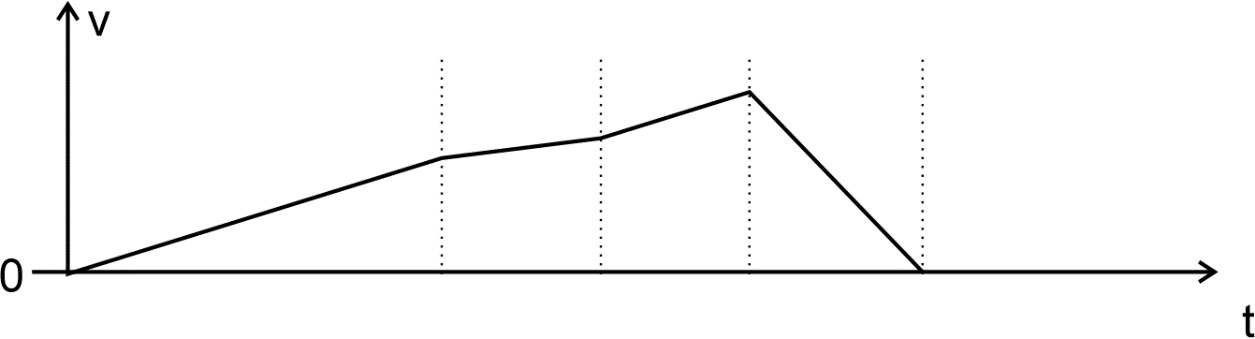
Im ersten und zweiten Abschnitt sind die Neigungen der Rutsche gleich. Die Reibungskraft ist ebenfalls für beide Abschnitte die gleiche.

Das heißt, die Kraft auf das Kind ist in den beiden Fällen auch gleich. Damit ist nach dem Newtonschen Grundgesetz auch die Beschleunigung gleich.

Im zweiten Abschnitt ist die Neigung kleiner und damit auch die Kraft. Also ist die Beschleunigung auch kleiner.

Im letzten Abschnitt wird abgebremst. In diesem Fall ist die Beschleunigung negativ.

**c)**



In den ersten drei Abschnitten liegt eine positive Beschleunigung vor, die Geschwindigkeit wird also größer. Da die Beschleunigung in allen drei Abschnitten jeweils konstant ist, erfolgt der Geschwindigkeitszuwachs proportional zu Zeit, die Kurven sind also Geradenstücke.

Im ersten und im dritten Abschnitt ist die Beschleunigung gleich groß und jeweils größer als im zweiten Abschnitt. Deshalb steigt die Geschwindigkeitsgerade dort gleich steil an und ist steiler als im zweiten Abschnitt.

Im vierten Abschnitt geht die Geschwindigkeit gleichförmig bis auf null zurück.

**1083.**

**a)** Die Feder enthält im gespannten Zustand Federspannenergie, die beim Entspannen in kinetische Energie des Körpers übergeht. Dadurch hat der Körper eine bestimmte Geschwindigkeit.

Wenn die Bewegung von A nach B reibungsfrei ablaufen würde, müsste der Körper bei B noch die gleiche Geschwindigkeit wie beim Start haben.

Ist die Geschwindigkeit aber in B kleiner als beim Start, wird unterwegs kinetische Energie in thermische Energie durch Reibungsarbeit umgewandelt.

Wie groß ist die Startgeschwindigkeit? Es gilt der Energieerhaltungssatz:



Diese Gleichung wird nach der Geschwindigkeit umgestellt:



Alle Größen sind gegeben und die Geschwindigkeit kann berechnet werden:



Das ist schneller als im Punkt B. Das heißt, es wird auf dem Weg zu B durch Reibung kinetische Energie in thermische Energie umgewandelt.

**b)**

Die quadratische Regression im GTR ergibt folgende Funktion:



mit



Da die Bewegung den Berg hoch geht, wirkt eine konstante Hangabtriebskraft den Hang nach unten. Gleichzeitig wirkt noch die konstante Reibungskraft der Bewegung entgegen.

Die Bewegung erfolgt also unter dem Einfluss einer konstanten bremsenden Kraft. Laut dem Newtonschen Grundgesetz ist diese Bewegung gleichmäßig beschleunigt und es gilt:



Der Vergleich mit der in der Regression erhaltenen Funktion ergibt



Die Anfangsgeschwindigkeit von 1,5 m∙s-1 ist aus der ersten Aufgabe bekannt. Ein Anfangsweg liegt nicht vor.

Der erhaltene Wert von -1,5 m∙s-2 entspricht der Hälfte der Beschleunigung. Demnach ist die Beschleunigung -3,00 m∙s-2.

**c)** Der Körper beginnt seine Bewegung mit der Geschwindigkeit 1,5 m∙s-1. Am Ende in Punkt C ist er in Ruhe. Damit ändert sich während der Fahrt nach oben seine Geschwindigkeit um --1,5 m∙s-1. Es ist nämlich



Die Beschleunigung gibt an, um welchen Wert sich die Geschwindigkeit in einer Sekunde ändert.



Nach der Zeit umgestellt erhält man



Setzt man ein, bekommt man die gesuchte Zeit:



Der Körper kommt nach einer halben Sekunde zum Stillstand.

Da man nun die Zeit kennt, kann man auch den Bremsweg berechnen:



**d)** Durch die Reibung entsteht eine Kraft, die entgegengesetzt zur Bewegung des Körpers wirkt. Sie berechnet sich über



µ ist die gesuchte Reibungszahl und FN die Normalkraft, in der die Neigung der Ebene steckt.



Damit erhält man für die gesuchte Reibungskraft



Aber wie groß ist die Reibungskraft?

Wir kennen von der nach oben gehenden Bewegung die Beschleunigung. Damit ist es über das Newtonsche Grundgesetz möglich, die insgesamt bremsende Kraft zu bestimmen.



Diese bremsende Kraft kommt durch die Hangabtriebskraft und die Reibungskraft zu Stande. Da beide entgegen der Bewegung wirken, also in der gleichen Richtung, addieren sich die beiden Kräfte. Die Beschleunigung ist dann aber negativ, da die Kräfte ja entgegen der Bewegung wirken.



Die Hangabtrieskraft berechnet sich mit



Die Reibungskraft ist dann



und in die Gleichung für die Reibungszahl eingesetzt



Die Masse kann rausgekürzt werden:



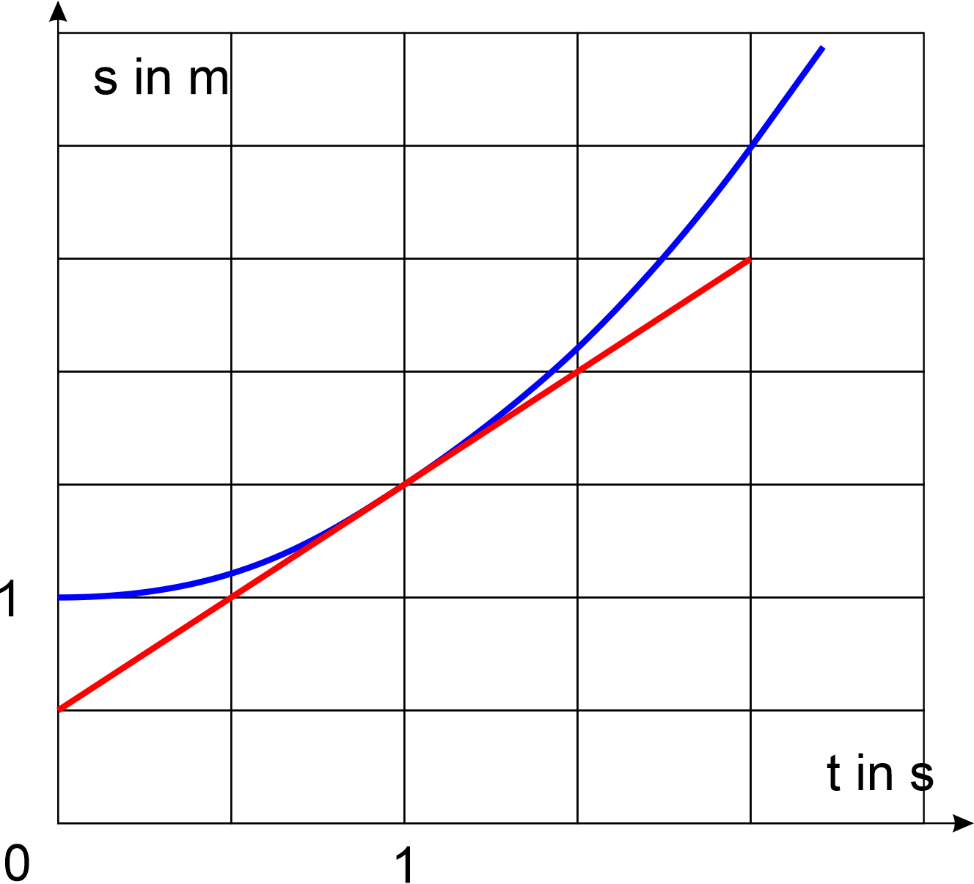
Setzt man ein, erhält man die gesuchte Größe



**1084.**

**a)** Die Geschwindigkeit entspricht dem Anstieg der s(t)-Kurve. Im Punkt t = 0s hat die Kurve noch keinen Anstieg, so dass die Geschwindigkeit dort 0 ist. Der Körper befindet sich also noch in Ruhe.

**b)** Im Punkt für den Zeitpunkt t = 1,0 s wird die Tangente angezeichnet. Der Anstieg dieser Tangente entspricht der Geschwindigkeit.



Die Geschwindigkeit ist dann



Für die Wege und Zeiten werden zwei Wertepaare ausgewählt:



Damit kann die Geschwindigkeit für den Zeitpunkt bestimmt werden:



**c)** Da laut Aufgabenstellung die Bewegung gleichmäßig beschleunigt abläuft, ist die Beschleunigung für die gesamte Bewegung konstant. Sie ist



Nach einer halben Sekunde ist die Geschwindigkeit von 0 auf 0,5 m/s gestiegen. Also



Zur Kontrolle kann der zurückgelegte Weg berechnet werden. Es gilt:



Es liegt keine Anfangsgeschwindigkeit vor. Der Anfangsweg ist laut Diagramm 1 m. Damit erhält man



Im Diagramm ist schön zu sehen, dass sich der Körper nach 2 s an der Stelle 3 m befindet.

**1085.**

**a)** Der Körper verlässt die geneigte Ebene gerade nicht, wenn er im Punkt B zum Stillstand kommt. Jede Geschwindigkeit, die größer ist, lässt ihn durch die Luft fliegen.

Im Punkt A hat der Körper auf Grund seiner Anfangsgeschwindigkeit nur kinetische Energie. Gleitet er die Ebene nach oben, wandelt sich diese Energie in potenzielle Energie und Wärmeenergie um. Damit kann dieser ganze Vorgang mit dem Energieerhaltungssatz beschrieben werden:



Die potenzielle Energie wird über Hubarbeit aus der kinetischen Energie umgewandelt. Die Wärme entsteht durch die Reibungsarbeit.



Die Hubarbeit ist



Die Masse und die Fallbeschleunigung sind bekannt und die Höhe kann aus der Länge der Ebene und dem Neigungswinkel berechnet werden.



Damit ist die Hubarbeit



Die Reibungsarbeit ist



Die Normalkraft ist die Kraft, mit der der Körper auf die Unterlage drückt:



Die Reibungsarbeit ist dann



Damit kann der Energieerhaltungssatz neu aufgestellt werden:



Die Masse kürzt sich komplett raus:



v ist die gesuchte Größe, nach der umgestellt wird:



Damit kann die gesuchte Geschwindigkeit berechnet werden:



Das wäre also die Anfangsgeschwindigkeit, bei der am Ende der geneigten Eben im Punkt B alle Energie in potenzielle Energie und Wärmeenergie umgewandelt ist und der Körper keine kinetische Energie mehr hat. Er kann nicht fliegen.

**b)** Zur Bestimmung der Flugweite bei diesem schrägen Wurf muss man als erstes die Geschwindigkeit kennen, mit der der Körper im Punkt B die geneigte Ebene verlässt. Das kann man wieder über den Energieerhaltungssatz machen.

Im Punkt A hat der Körper so viel kinetische Energie, wie man aus seiner Masse und seiner jetzt bekannten Geschwindigkeit berechnen kann. Davon wird ein Teil in Hub- und Reibungsarbeit umgewandelt. Das entspricht der kinetischen Energie, die der Körper mit 2,57 m/s hat. Da er aber schneller ist, besitzt er im Punkt B noch kinetische Energie, aus der die Geschwindigkeit bestimmt werden kann.



Setzt man die Gleichung für die kinetische Energie ein, erhält man



Wie üblich spielt die Masse mal wieder keine Rolle, sie kürzt sich raus.



Die gesuchte Geschwindigkeit ist dann



Da die kinetische Energie proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit ist, können die Geschwindigkeiten nicht einfach subtrahiert werden!

Über die Wurfparabelgleichung für den schrägen Wurf kann nun die Wurfweite berechnet werden:

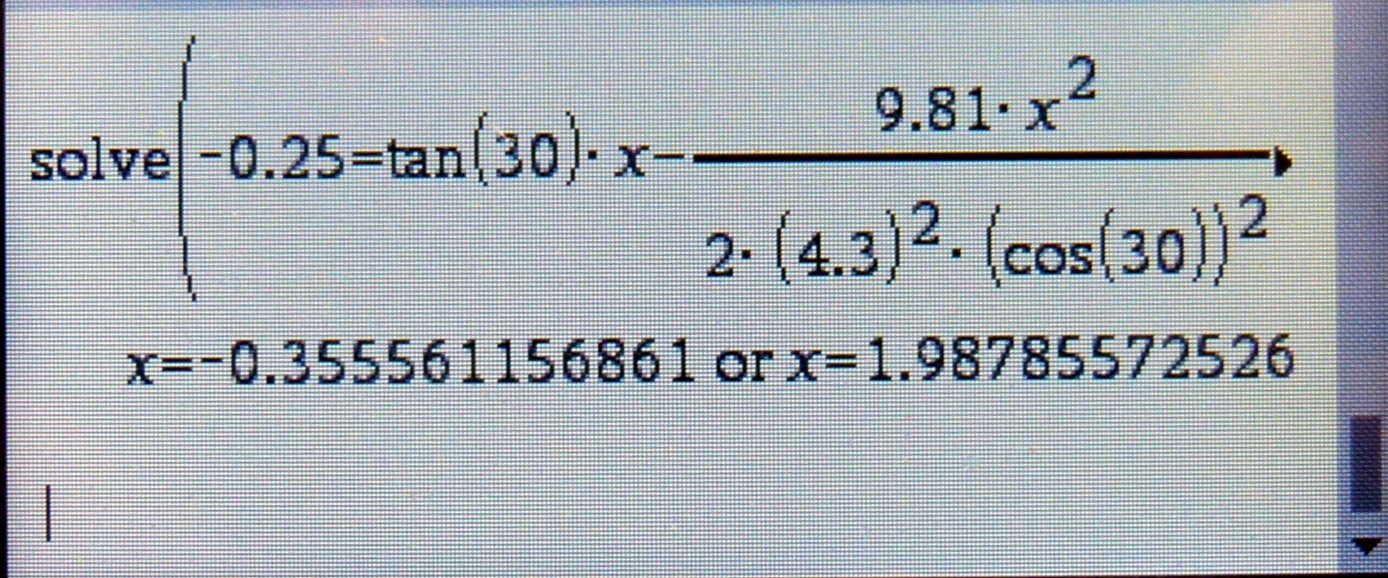


Wenn man den Nullpunkt in den Startpunkt legt, landet der Körper bei



Das negative Vorzeichen bedeutet, dass der Körper unterhalb seines Startpunktes landet.

Die Gleichung wird mit dem Solver gelöst:



Damit fliegt der Körper 1,99 m weit bevor er aufschlägt.

**1086.**

|  |  |
| --- | --- |
| **a)** Die Geschwindigkeitsvektoren werden tangential an die beiden Punkte A und B angezeichnet. Da sich der Betrag der Geschwindigkeit nicht ändert, sind die beiden Pfeile gleich lang.  Die Vektoren für die Radialkraft zeigen von den Punkten aus jeweils zum Mittelpunkt der Bewegung. Auch sie sind beide gleich lang. |  |

**b)** Da der Betrag der Geschwindigkeit konstant ist, gilt



Der Weg für einen vollen Umlauf entspricht dem Umfang des Kreises:



Damit kann die gesuchte Zeit berechnet werden:



**c)**

Die Radialkraft Fr ist die Kraft, die einen Körper auf der Kreisbahn hält. Sie zeigt immer zum Mittelpunkt der Kreisbewegung und berechnet sich mit



Da Masse und Radius bekannt sind, können für einige Geschwindigkeiten die Kräfte berechnet werden.

Für 1,50 m⋅s-1 sieht das so aus:



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| v in m⋅s-1 | 1,00 | 1,50 | 2,00 | 2,50 | 3,00 |
| F in N | 0,25 | 0,56 | 1,00 | 1,56 | 2,25 |

|  |  |
| --- | --- |
| Die Radialkraft ist proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit.  [Diagramm](m1086.xlsx) |  |

**1087.**

**a)**

Die Impulsänderung ist die Differenz aus dem Impuls nach dem Stoß und dem Impuls vor dem Stoß. Da der Ball zu Beginn in Ruhe ist, entspricht die gesuchte Impulsänderung einfach dem Impuls nach dem Stoß.

Der Impuls ist



**b)** Die Bewegung von A nach B verläuft reibungsfrei. Damit ändert sich die kinetische Energie der Kugel nach dem Start nicht mehr und die Bewegung ist gleichförmig. Die gesuchte Zeit lässt sich dann leicht berechnen:



**c)** Wenn der Ball durch den Looping läuft, spürt er zwei Kräfte: die immer nach unten wirkende Gewichtskraft und die im Kreis nach außen wirkende Zentrifugalkraft. Im oberen Punkt ist die Geschwindigkeit des Balls am kleinsten und damit die Zentrifugalkraft auch.

Der Ball kommt da oben nur durch, wenn die Zentrifugalkraft mindestens genau so groß wie die Gewichtskraft ist. Dann schwebt er durch den oberen Punkt, fällt aber nicht herunter.



Als erstes sieht man, dass sich die Masse rauskürzt. (Deshalb wird man an der Achterbahn mit Looping auch nicht vor der Fahrt gewogen)



Das ist die Geschwindigkeit, die der Ball am oberen Punkt braucht. Es ist aber gefragt, ob die die Geschwindigkeit, die er unten hat, reicht.

Dazu muss man eine Energiebetrachtung anstellen. Im unteren Punkt hat der Ball nur Bewegungsenergie (kinetische Energie). Rollt er die Loopingbahn nach oben, wird er langsamer. Das heißt, seine Bewegungsenergie wird kleiner.

Nun kann Energie nicht so einfach verschwinden. Sie wird hier in Lageenergie (potenzielle Energie) umgewandelt.

Wenn man den oberen Punkt mit O bezeichnet, sieht der Energieerhaltungssatz so aus:



Die Masse muss wieder gehen:



Nun kann die notwendige Geschwindigkeit im Punkt B bestimmt werden:



Das ist sehr knapp, aber es müsste für diesen Fall reichen.

|  |  |
| --- | --- |
| **d)** Es wird die geneigte Ebene mit 15° Neigungswinkel gezeichnet An einem beliebigen Punkt wird eine senkrechte Linie von 4,0 cm Länge gezeichnet. Das ist die senkrecht nach unten wirkende Gewichtskraft.  Die Normalkraft ist die Kraft, die senkrecht auf die Oberfläche der Ebene wirkt.  Zur Bestimmung wird eine parallele Linie zur Eben durch den Endpunkt der Gewichtskraft gezeichnet. Danach wird der Pfeil der Normalkraft senkrecht zur Ebene bis zu der Linie gezeichnet.  Der Pfeil ist etwa 3,85 cm lang. |  |

Wenn die Gewichtskraft 0,04 N beträgt, so ist die Normalkraft 0,0385 N groß.

**e)**

Der Ball kommt ja mit 5 m/s wieder im Punkt B nach dem Looping an (immer noch alles ohne Reibung!)

Damit hat er dort wieder eine bestimmte kinetische Energie.

Ein Teil davon wird in potenzielle Energie umgewandelt, wenn er die geneigte Ebene hinaufrollt. Der Energieerhaltungssatz liefert uns die gesuchte Geschwindigkeit.



**f)** Mechanische Arbeit ist immer die benötigte Kraft mal dem zurückgelegten Weg. Die Kraft ist in diesem Fall die zu überwindende Reibungskraft.

Die Reibungskraft erhält man aus der Normalkraft mal der Reibungszahl. Da die Strecke waagerecht verläuft, ist die Normalkraft genauso groß wie die Gewichtskraft.

Damit ist die gesuchte Arbeit



Diese Arbeit, die sehr gering ist, wird in thermische Energie umgewandelt.

**g)** Von A nach B ist es eine gleichförmige Bewegung. Auf dieser Strecke soll die Reibungskraft so klein sein, dass sie vernachlässigt werden kann (reibungsfrei Bewegung). Nach dem Trägheitsgesetz bewegt sich der Körper dann geradlinig gleichförmig, behält also seine Geschwindigkeit bei.

Auf dem Abschnitt C nach D wirkt eine konstante Kraft durch die Reibung. Nach dem Newtonschen Grundgesetz führt der Ball jetzt eine beschleunigte Bewegung durch. Da die Kraft entgegen der Bewegungsrichtung wirkt, ist es eine negativ beschleunigte Bewegung, also ein Abbremsen.

**h)** Der waagerechte Wurf ist die ungestörte Überlagerung von zwei Bewegungen. Die gesuchte Gleichung stellt den Zusammenhang zwischen dem Weg in y-Richtung und dem Weg in x-Richtung dar. Es wird also gefragt, welchen Weg der Ball in y-Richtung, also nach unten gefallen ist, wenn er sich eine bestimmte Strecke in x-Richtung bewegt hat.

Die Bewegung in y-Richtung ist ein freier Fall. Es gilt:



In x-Richtung ist es eine gleichförmige Bewegung:



In beiden Gleichungen ist die Zeit vorhanden. Das ist die Zeit, seit der Ball den Punkt D verlassen hat. Stellt man die Gleichung für die Bewegung in x-Richtung nach der Zeit um und setzt das in die erste Gleichung ein, hat man die gesuchte Gleichung:



und eingesetzt:



**i)** Diese Gleichung kann zum Bestimmen der gesuchten Geschwindigkeit verwendet werden:



Die negative Wurzel verschwindet wieder, da der y-Weg nach unten geht und damit auch negativ eingesetzt wird.



**1088.**

|  |  |
| --- | --- |
| **a)** Lauf Aufgabenstellung sind beide Bewegungen gleichmäßig beschleunigt. Damit verlaufen die beiden Teile der a(t)-Kurve parallel zur t-Achse.  Im ersten Teil wird die Geschwindigkeit gleichmäßig größer, was als positive Beschleunigung dargestellt wird.  Das Abbremsen auf der Waagerechten ist dann eine negative Beschleunigung. |  |

**b)** Laut Aufgabenstellung bewegt sich der Körper auf der geneigten Ebene gleichmäßig beschleunigt. Das heißt, die Beschleunigung ist während der gesamten Rutschpartie immer gleich.

Die Beschleunigung gibt an, um welchen Wert sich die Geschwindigkeit in einer Sekunde ändert. Sie entspricht dem Anstieg der v(t)-Kurve.



Man kann nun zwei beliebige Messwertpaare verwenden, z.B. gleich die ersten beiden:



Nach dem Newtonschen Grundgesetz besteht zwischen Kraft, Masse und Beschleunigung der Zusammenhang



Da Masse und Beschleunigung bekannt sind, kann die Kraft berechnet werden:



**c)** Für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung gilt für den zurückgelegten Weg



Der Körper hat bereits eine Anfangsgeschwindigkeit, startet aber zum Zeitpunkt 0 ohne Anfangsweg. Damit erhält man für den Weg:



der nun berechnet werden kann:



Die gesuchte Beschleunigungsarbeit entspricht dem Zuwachs an kinetischer Energie. Der Körper hat beim Start bereits eine Geschwindigkeit, die am Ende der Ebene auf Grund der Beschleunigung größer ist. Damit ist der Zuwachs an kinetischer Energie die Differenz aus der kinetischen Energie am Ende der Ebene und der kinetischen Energie zu Beginn.



**d)** Auf dem Gleitweg wird die kinetische Energie des Körpers komplett über Reibungsarbeit in thermische Energie umgewandelt. Die kinetische Energie ergibt sich aus der Masse und der Geschwindigkeit. Die Reibungsarbeit ist



Fr ist die Reibungskraft und als Formel dargestellt



FN ist die Normalkraft, also die Kraft, mit der der Körper senkrecht auf die Unterlage drückt. Da die Unterlage horizontal ist, entspricht die Gewichtskraft genau der Normalkraft. µ ist die gesuchte Reibungszahl.

Die Reibungsarbeit ist dann also



Diese Arbeit wird mit der kinetischen Energie gleichgesetzt:



nach µ umgestellt



und ausgerechnet



**1089.**

**a)** Die blaue Kurve A stellt die **potenzielle Energie** und die rote Kurve B die **kinetische Energie** dar.

Begründung: Wird das Pendel zur Seite ausgelenkt, wird es ja dabei angehoben. damit gewinnt es Lageenergie (potenzielle Energie). Vor dem Loslassen befindet es sich in Ruhe. Damit ist aber keine Bewegungsenergie (kinetische Energie) vorhanden.

Zur Zeitpunkt des Strates ist also die potenzielle Energie maximal und die kinetische Energie 0.

**b)** Zum **Zeitpunkt 1** ist die kinetische Energie zum ersten Mal wieder 0 und die potenzielle Energie wieder maximal. Das ist genau dann der Fall, wenn das Pendel auf der anderen Seite angekommen ist. Bis dahin ist eine **halbe Schwingungsdauer** vergangen.

Zum **Zeitpunkt 2** sind die potenzielle Energie 0 und die kinetische Energie maximal. Das Pendel hat also seine größte Geschwindigkeit erreicht.

Das ist dann der Fall, wenn das Pendel durch die Gleichgewichtslage schwingt. Bis dahin ist seit dem Start eine **dreiviertel Schwingungsdauer** vergangen.

**1090.**

|  |  |
| --- | --- |
| Auf den Körper wirken beim Runterrutschen zwei Kräfte: in Bewegungsrichtung die Hangabtriebskraft und entgegen der Bewegungsrichtung die Reibungskraft.  Da der Körper laut Aufgabenstellung auf der geneigten Ebene stehen bleiben wird. ist die Reibungskraft größer als die Hangabtriebskraft. |  |

Die resultierende Kraft, die der Körper spürt, ist die Differenz aus beiden Kräften.

Da beide Kräfte konstant wirken, ist auch die Differenz der Kräfte eine konstante Größe, wirkt also den gesamten Abbremsweg mit gleicher Größe.

Da heißt, die Bewegung ist eine gleichmäßig negativ beschleunigte Bewegung und der Weg ist deshalb:



Davon ist erst Mal nichts bekannt.

Aber aus den gegebenen Größen lässt sich die Beschleunigung bestimmen. Es gilt ja



Über die Masse macht man sich besser noch keine Gedanken. Sie kürzt sich gerne raus.

Die Kraft ist



Die Hangabtriebskraft ist die Gewichtskraft des Körpers mal dem Sinus des Winkels, um den die Eben gegen die Horizontale geneigt ist:



|  |  |
| --- | --- |
| Die Reibungskraft ist die Normalkraft mal dem Reibungskoeffizienten. Die Normalkraft ist die Kraft, mit der der Körper senkrecht auf die Unterlage drückt. Sie berechnet sich aus der Gewichtskraft mal dem Cosinus des Winkels:  Damit ist die Reibungskraft |  |

Die Gesamtkraft ist dann



Fasst man das zusammen, erhält man



Diese Kraft, die die Beschleunigung hervorruft, setzt man nun in die Beschleunigungsgleichung ein:



Wie erwartet hat sich die Masse rausgekürzt.

In der Gleichung für den gesuchten Weg fehlt nun aber noch die Zeit, in der der Körper abbremst. Da die Bewegung gleichmäßig beschleunigt ist, gilt:



Da die Bewegung bis zum Stillstand geht, die Endgeschwindigkeit also 0 ist, kann man schreiben:



und v0 ist die Anfangsgeschwindigkeit.

Die Zeit ist dann



Das wird erst mal in die Weggleichung eingesetzt:



und gekürzt



Das ergibt aber



Setzt man die oben hergeleitete Beschleunigung ein, erhält man für den Weg



Da jetzt alles bekannt ist, kann der Weg berechnet werden:



**1091.**

**a)** Laut Aufgabenstellung soll der Drachen harmonisch schwingen. Das sieht einfach besser aus.

Damit er harmonisch schwingt, muss die rücktreibende Kraft proportional zur Auslenkung der Feder sein. (lineares Kraftgesetz)

Das ist bei Feder 1 und 2 der Fall. Über die gesamte Ausdehnung ist die Ausdehnung proportional zur Masse.

Bei Feder 3 ist das bis zur Masse von 500 g auch der Fall. Im oberen Bereich, den die Feder auf Grund der Schwingung ja auch erreichen wird, liegt aber keine Proportionalität vor. Die Feder dehnt sich bei steigender Belastung deutlich mehr aus als bei geringer Belastung.

**b)** Man sucht sich aus dem Diagramm Werte heraus, die man gut ablesen kann. Das liegt z.B. bei der Masse von 600 g vor. Bei der 1. Feder ist die Ausdehnung 2 dm groß und bei der 2. Feder 6 dm. Damit können die Federkonstanten berechnet werden.

Die Federkonstante ist das Verhältnis zwischen der wirkenden Kraft und der daraus resultierenden Ausdehnung.



Die Kraft ist in diesem Fall die Gewichtskraft der angehängten Masse.



Die zweite Feder dehnt sich bei der gleichen Kraft, also gleichen Masse, um das Dreifache aus. Damit ist ihre Federkonstante nur ein Drittel so groß wie bei Feder 1.



**c)**

Die Schwingungsdauer einer Feder berechnet sich mit



Der Wunsch ist es, das die Schwingungsdauer möglichst groß ist. Das heißt, die Federkonstante sollte möglichst klein sein. D steht in der Gleichung unter dem Bruchstrich. Damit wird T immer größer, je kleiner D wird.

Es ist also die Feder 2 geeignet.

Die Feder ist im Vergleich zu Feder 1 weicher und schwingt dadurch langsamer.

**d)** Es wird die momentane Auslenkung (Elongation) 10 s nach dem Nulldurchgang gesucht. Zwischen der Elongation und der Zeit gilt:



Die Kreisfrequenz ergibt sich aus der Frequenz der Schwingung:



Die Frequenz erhält man aus der Schwingungsdauer und die kann aus Masse und Federkonstante bestimmt werden.



Damit kann die gesuchte Elongation bestimmt werden (TR auf Radiant stellen!):



Das ist der Abstand von der Ruhelage. Der Drachen befindet sich 3,37 cm oberhalb der Gleichgewichtslage.

Aber in welcher Richtung bewegt er sich?

Dazu könnte man sich das y(t)-Diagramm zeichnen oder zeichnen lasse (GTR, Tabellenkalkulation)

Man sieht schön, dass sich nach 10 s der Drachen vom Ruhepunkt weg, also nach oben bewegt.

Es lässt sich aber auch über das Vorzeichen der Geschwindigkeit eine Aussage über die Bewegungsrichtung machen. Ist das Vorzeichen positiv, bewegt sich der Drachen vom Ruhepunkt weg, ist es negativ, bewegt er sich hin.

Die Geschwindigkeit berechnet sich mit



Es ist alles bekannt und v kann berechnet werden:



Zur Kontrolle kann man sich im Diagramm noch zusätzlich die Geschwindigkeit anzeigen lassen:

**e)** Die Geschwindigkeit des Drachen ist in der Gleichgewichtslage am größten. Diesen Punkt erreicht er beim Start der Zeitzählung, also zum Zeitpunkt 0.



**f)** Die Schwingung der Feder muss immer zum richtigen Zeitpunkt unterstütz werden, um Verluste durch die Reibung auszugleichen. Dazu muss durch den Motor periodisch Energie zugeführt werden.

Das geht am besten, wenn die Erregerfrequenz durch den Motor genau so groß wie die Eigenschwingung der Feder ist. Beide müssen in Resonanz schwingen.

Die Zeit für eine Motorumdrehung muss dann genau so groß sein wie die Schwingungsdauer des Pendels.

Aus der oben berechneten Frequenz ergibt sich eine Schwingungsdauer von 1,4 s. Der Motor muss sich also so drehen, dass er für eine Umdrehung 1,4 s benötigt.

Das sind dann 0,71 Umdrehungen in einer Sekunde oder 42,6 Umdrehungen in einer Minute.

**g)** Die Schwingungsdauer eines Schwingkreises berechnet sich mit der Thomsonschen Schwingungsgleichung:



Der Schwingkreis soll mit einer Frequenz von 2,4 GHz schwingen. Zur Bestimmung der geeigneten Bauteile wird die Schwingungsgleichung für die Frequenz aufgestellt:



Da die Frequenz sehr hoch ist, beginnt man mit den kleinsten Werten:



Prima, passt sofort.

**1092.**

Das Diagramm soll von dem Zeitpunkt des Anschlagens der Stimmgabel gezeichnet werden. Dazu muss als erstes berechnet werden, nach welcher Zeit die Schallwelle das Mikrofon erreicht.

Da sich der Schal gleichförmig ausbreitet, kann aus Schallgeschwindigkeit und Entfernung die Zeit bestimmt werden:



Das Mikrofon bekommt also erst nach 2 ms die Schallwelle mit.

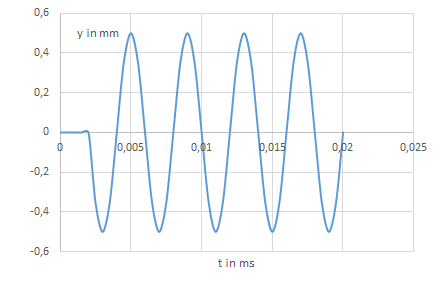
Zum Zeichnen des Diagramms kann man die Schwingungsgleichung aufstellen:



Die Frequenz kann aus den gegebenen Größen bestimmt werden. Die Stimmgabel schwingt in 20 ms fünfmal. Dann braucht sie für eine Schwingung 4 ms. Das ist die Schwingungsdauer T. Die Frequenz ist der Kehrwert der Schwingungsdauer, also



Damit kann das Diagramm z.B. mit einer Tabellenkalkulation dargestellt werden.



**1093.**

Es handelt sich beim Flug des Sandes vom Förderband bis zum Wagon um einen schrägen Wurf. Dabei landet der Sand unterhalb seines Startpunktes, also weit unterhalb des oberen Endes des Förderbandes.

Ein schräger Wurf lässt sich mit der Gleichung für die Wurfparabel beschreiben:



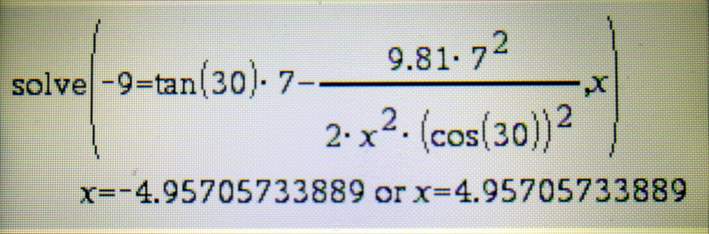
Aus der Zeichnung lassen sich die wichtigen Größen ablesen oder berechnen. Der Sand muss die zwei Meter zwischen dem Ende des Förderbandes und dem Wagon zurücklegen. Da ist er genau über der linken Wagonkante. Damit er in der Mitte des Wagons landen kann, muss er noch weitere 5 m fliegen. Demnach beträgt die Wurfweite x=7 m.

Der Auftreffpunkt liegt 9 m unterhalb des Startpunktes. Legt man den Koordinatenursprung in das Ende des Förderbandes, ist y = -9m. Das negative Vorzeichen besagt, dass der Punkt unterhalb des Startpunktes liegt.

Damit kann die Wurfparabel aufgestellt werden:



Die gesuchte Geschwindigkeit ist die einzige unbekannte Größe. Sie wird mit Hilfe eines GTR ermittelt:



Auf Grund der Wahl des Koordinatensystems ist der positive Wert



die gesuchte Geschwindigkeit.

**1094.**

**a)** Auf den PKW wirken bei der Bergfahrt zwei Kräfte:

1. Die durch geneigte Straße entstehende Hangabtriebskraft (nach unten)
2. Die durch das Bremsen entstehende Bremskraft (nach oben)

Wenn die Bremskraft größer als die Hangabtriebskraft ist, wird die Geschwindigkeit des PKW kleiner.

Wie groß sind die beiden Kräfte.

1. Hangabtriebskraft

Diese Kraft berechnet sich mit



Sowohl die Masse als auch der Neigungswinkel sind unbekannt.

Die Erfahrung sagt, dass sich die Masse rauskürzt und demnach keine Rolle spielt.

Der Neigungswinkel lässt sich aus dem bekannten Gefälle bestimmen.

10% Gefälle bedeutet, dass die Straße auf 100 m einen Höhenunterschied von 10 m überwindet.

|  |  |
| --- | --- |
| Von dem rechtwinkligen Dreieck sind die beiden Katheten gegeben. Daraus kann der Winkel berechnet werden: |  |

Damit ist die Hangabtriebskraft



2. Reibungskraft

Die Reibungskraft ist



µ ist die bekannte Reibungszahl. FN stellt die Normalkraft dar. Das ist die Kraft, mit der der PKW senkrecht auf die Straße drückt. Für sie gilt



Damit gilt für die Reibungskraft



Damit kann für die Strecke die wirkende Gesamtkraft bestimmt werden:



Da die Kraft den gesamten Weg konstant wirkt, kann mit dem Newtonschen Grundgesetz die Beschleunigung berechnet werden:



Aus den beiden Gesetzen der gleichmäßig beschleunigten Bewegung kann nun die Geschwindigkeit nach den 1000 m bestimmt werden.

Die Beschleunigung ist ja die Änderung der Geschwindigkeit durch die dazu benötigte Zeit.



v1 ist die Anfangsgeschwindigkeit und v2 die gesuchte Endgeschwindigkeit.

Leider fehlt noch die Zeit, in der Abgebremst wird.

Es gilt aber noch



Da die Beschleunigung, der Weg und die Anfangsgeschwindigkeit bekannt sind, kann die Bremszeit berechnet werden.

Mit Hilfe des Solver erhält man eine Bremszeit von 59 s. Damit kann nun die gesuchte Geschwindigkeit berechnet werden:



Das entspricht den gesuchten 60,8 km/h.

**b)** Damit der PKW die Kurve durchfahren kann, muss eine entsprechende Radialkraft wirken. Diese notwendige Kraft ergibt sich aus der Masse des PKW, seiner Geschwindigkeit und dem Radius der Kurve.



Diese Kraft kann nur von der Reibungskraft aufgebracht werden. Die Reibungskraft ist



Setzt man die beiden Kräfte gleich, kann man die Geschwindigkeit bestimmen, bei der die Kurve gerade noch so durchfahren werden kann.



Damit kann die maximale Geschwindigkeit berechnet werden. Der Radius der Kurve ist 100 m groß!



Das wäre die maximale Geschwindigkeit, bei der die Kurve noch zu schaffen ist. Leider ist der Fahrer aber deutlich schneller und wird die Kurve nicht schaffen.

**c)** Der erfahre Autofahrer hat das schon vor der Kurve bemerkt und nutzt den gerade verlaufenden Berg zum Ausrollen.

Unten am Berg hat der PKW kinetische Energie, da er Geschwindigkeit besitzt. Beim Hochrollen wird die kinetische Energie bis zum Stillstand komplett in potenzielle Energie umgewandelt.

Damit ist der Ansatz klar:



Damit kann die Höhe berechnet werden, die der PKW nach oben rollt. Das ist aber noch nicht die gesuchte Strecke.



Das dem gegebenen Gefälle der Auslaufstrecke lässt sich über eine einfache Verhältnisgleichung die Länge der Strecke berechnen.

Ein Gefälle von 25% heißt ja, dass der Berg bei 100 m Länge um 25 m ansteigt. Wie groß ist die Länge, wenn der Anstieg nur 14,5 m beträgt?



Demnach roll der PKW noch 58 m weit auf der Auslaufstrecke nach oben und bleibt dann stehen.

Der Fahrer steigt erst mal aus und holt tief Luft. Noch mal gut gegangen.

**1095.**

**a)** Die Federkonstante gibt an, welche Kraft notwendig ist, um eine Feder theoretisch 1 m auszudehnen. Die meisten Federn schaffen das nicht, aber so hat man eine schöne Vergleichsmöglichkeit.

Wenn man nun zwei Federn wie in der Aufgabe miteinander koppelt, braucht man natürlich mehr Kraft als im Vergleich zu einer Feder, um die Konstruktion eine bestimmte Strecke zu dehnen.

Zieht man beide Federn um die gleiche Strecke lang, braucht man für die innere Feder die Kraft Fi und für die äußere Feder die Kraft Fa. Da beide in die gleiche Richtung wirken, addieren sich die beiden Kräfte.



Wie oben beschrieben, ist die Federkonstante



oder nach der Kraft umgestellt



Setzt man das in die Kraftgleichung der gekoppelten Federn ein, erhält man



Das kann man zusammenfasen zu



Da die Kraft für die gekoppelten Federn



ist, sieht man, dass die Federkonstante der gekoppelten Federn die Summe der beiden einzelnen Federkonstanten ist.



Setzt man die bekannten Daten ein, erhält man



**b)**

Die allgemeine Schwingungsgleichung lautet



Sie beschreibt den Abstand eines Schwingers von der Gleichgewichtslage in Abhängigkeit von der Zeit, wenn die Schwingung zum Zeitpunkt 0 in der Gleichgewichtslage beginnt.

Das ist hier aber nicht der Fall. Die Schwingung beginnt ja im unteren Umkehrpunkt. Aus diesem Grund wird aus der Sinus-Gleichung eine Cosinus-Gleichung mit einem negativen Vorzeichen.



Als erstes muss die Amplitude bestimmt werden. Da das Massestück vor dem Ausdehnen festgehalten wurde, sind die 0,80 m nicht die Amplitude.

Es muss bestimmt werden, wie weit sich die Feder ausdehnen würde, wenn das Massestück ganz ruhig an der Feder hängen würde.

Es gilt



FG ist die Gewichtskraft, die das Massestück auf die Feder ausübt.



Wenn das Massestück also ruhig an der Feder hängt, ist die Feder um 0,1 m länger als im entspannten Zustand. Da die unbelastete Feder selber schon 0,5 m lang ist, hat sie eine Länge von 0,6 m.

Sie wird aber auf 0,8 m länge gespannt und dann losgelassen. Das heißt, die Amplitude beträgt 0,2 m.

Jetzt braucht man noch die Kreisfrequenz. Die ist ganz allgemein:



Die Frequenz erhält man über die Gleichung für die Schwingungsdauer eines Federschwingers:



Die Frequenz ist dann



Damit erhält man dann die Kreisfrequenz:



Damit lässt sich die gesuchte Gleichung aufstellen:

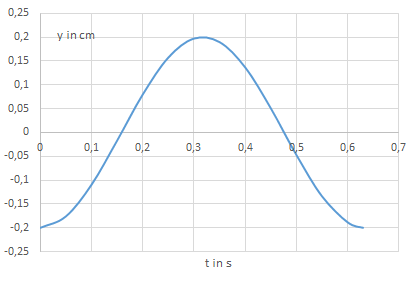


c) Die Schwingung beginnt zum Zeitpunkt 0 bei einer Elongation von -0,2 m. Die Schwingungsdauer kann berechnet werden:



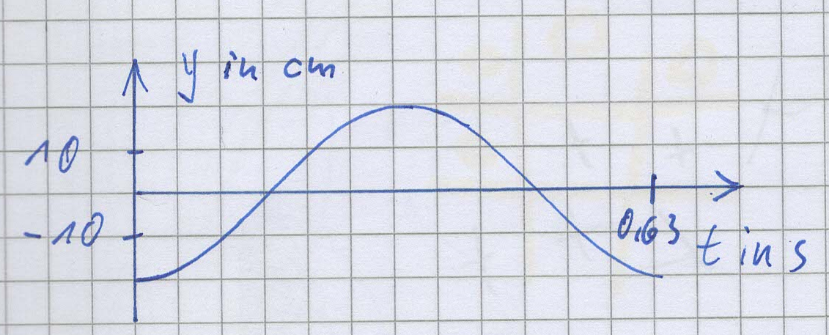
Es muss also eine Cosinuskurve von 0 s bis 0,63 s gezeichnet werden.

**1.** Man nutzt dafür eine Tabellenkalkulation.



[Diagramm](m1095.xlsx)

**2.** Man zeichnet mit der Schablone eine Cosinuskuve und beschriftet sie entsprechend.



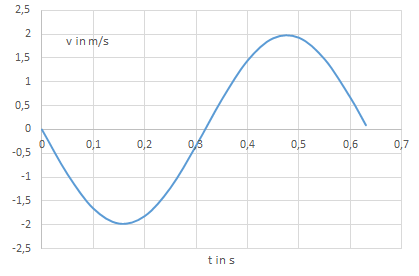
**d)** Für die Elongation wird die oben hergeleitete Schwingungsgleichung benutzt und die gegebene Zeit eingesetzt (Taschenrechner auf RAD stellen!)t:



Die Geschwindigkeit des Schwingers zu diesem Zeitpunkt wird mit dem v(t)-Gesetz der harmonischen Schwingung berechnet:



Das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm sieht so aus:



**1096.**

**a)**

|  |  |
| --- | --- |
| Die Bewegung des Mopeds beginnt zum Zeitpunkt t = 0 bei 30 m. Der Anstieg der Geraden erhält man aus der gegebenen Geschwindigkeit. In einer Sekunde fährt das Moped genau 10 m.  Der Punkt, an dem das Auto das Moped überholt, ist der Schnittpunkt der beiden Kurve. Man erkennt, dass das Auto das Moped nach etwa 4,5 s überholt. |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **b)**  Die Geschwindigkeit eines Körpers zu einem bestimmten Zeitpunkt entspricht dem Anstieg der s(t)-Kurve für diesen Punkt.  Es wird also die Tangente an diesem Punkt (1s) gezeichnet (grün) und über das Anstiegsdreieck der Anstieg bestimmt.  Aus dem Diagramm kann man ablesen, dass sich der Weg in einer Sekunde um etwa 13 m ändert. |  |

Für die zweite Tangente am Punkt 3,0 s erhält man eine Geschwindigkeit von etwa   
19 m ∙ s-1.

Die Beschleunigung lässt sich dann aus der Geschwindigkeitsänderung und der Zeit berechnen:



**1097.**

**a)** Der Vorgang lässt sich als unelastischer Stoß betrachten. Die Person hat vor dem Stoß einen Impuls, der Bob keinen Impuls. Nach dem Stoß sind beide Körper miteinander und bewegen sich zusammen weiter.

Nach dem Impulserhaltungssatz ist die Summe der Impulse vor dem Stoß genau so groß wie der Impuls des vereinigten Körpers.



Der Impuls des Bob vor dem Stoß ist Null, da der Bob noch keine Geschwindigkeit hat. Damit erhält man



Impuls ist Masse mal Geschwindigkeit. Die Masse des vereinigten Körpers beträgt 270 kg.



Die Geschwindigkeit des vereinigten Körpers ist gesucht.



**b)** Entsprechend der Aufgabenstellung wirkt auf den Körper eine konstante Kraft. Sie ergibt sich aus der Summe der Einzelkräfte und das sind die konstante Hangabtriebskraft, die konstante Reibungskraft und die konstante Schubkraft.

Das heißt, der Körper führt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung durch und demnach gelten auch die entsprechenden Gesetze.

Man kennt die zurückgelegte Strecke und die dazu benötigte Zeit. Dafür gilt der Zusammenhang



Über die Beschleunigung ist nichts bekannt, aber die Endgeschwindigkeit ist gegeben.

Es gilt weiterhin



Setzt man das in das Weg-Zeit-Gesetz ein, erhält man



Setzt man v und t ein, sollte der gegeben Weg herauskommen



Prima, die Geschwindigkeit wurde bestätigt.

Die Schubkraft ist die Kraft, mit der die beiden Bobfahrer den Bob anschieben. Da auf den Bob aber drei Kräfte wirken, muss zuerst betrachtet werden, in welchen Zusammenhang sie stehen und wie sich daraus die Gesamtkraft ergibt.

Die Schubkraft und die Hangabtriebskraft wirken gemeinsam in eine Richtung nach unten. Die Reibungskraft wirkt der Bewegung entgegen, also nach oben. Das drückt man durch ein negatives Vorzeichen aus. Die Gesamtkraft ist dann die Summe aller drei Kräfte:



Aus den bekannten Größen der Bewegung kann die Gesamtkraft berechnet werden. Es gilt das Grundgesetz von Newton:



Die Masse ist gegeben und die Beschleunigung berechnet sich aus Geschwindigkeitsänderung und Zeit. Da die Bewegung aus dem Stand beginnt, reicht die Endgeschwindigkeit aus.



Die Hangabtriebskraft ist



Die Reibungskraft ist



also die Normalkraft mal die Reibungszahl.

Die Normalkraft ist die Kraft, mit der der Bob senkrecht auf die Oberfläche drückt:



Damit wären alle Kraftgleichungen bekannt und die gesuchte Schubkraft kann berechnet werden:



**c)**

|  |  |
| --- | --- |
| Da der Bob in konstanter Höhe durch die Kurve gleitet, wirkt auf ihn eine resultierende Kraft senkrecht zur Bahn. Das ist die Normalkraft.  Sie entsteht durch das Zusammenwirken der senkrecht nach unten gerichteten Gewichtskraft und der waagerecht wirkenden Zentrifugalkraft. |  |

**1098.**

**a)** Beide Wagen bewegen sich beschleunigt nach rechts und links, bis die Feder entspannt ist.

Da die Kraft der Feder gemäß dem Hookeschen Gesetz immer kleiner wird, ist es keine gleichmäßig beschleunigte Bewegung.

Damit können die Gesetze für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung und das Newtonsche Grundgesetz nicht benutzt werden, da diese ja eine konstante Kraft voraussetzen.

Zur Lösung kommt man über die Energiebetrachtung und dem Impulserhaltungssatz.

In der zusammengedrückten Feder ist Energie in Form von Federspannenergie gespeichert. Beim Entspannen wandelt sich diese Energie in kinetische Energie der Wagen um. Sie verteilt sich auf die beiden Wagen. Man weiß aber nicht, in welchem Verhältnis, also welcher Wagen welchen Anteil der Energie bekommt.

Nach dem Energieerhaltungssatz weiß man nur, dass die gesamte in der Feder gespeicherte Energie genau so groß ist wie die Summe der kinetischen Energien der Wagen, nachdem die Feder entspannt ist.



Der Impulserhaltungssatz besagt, dass der Gesamtimpuls der Systems erhalten bleibt. Der ist vor der Aktion aber Null, denn beide Wagen haben keine Geschwindigkeit. Also muss die Summe der Impulse beider Wagen nach dem Entspannen der Feder wieder Null sein.



Nun haben wir für diesen Versuch zwei unbekannte Größen, nämlich die beiden Geschwindigkeiten, und zwei unabhängige Gleichungen. Damit ist die Aufgabe zu lösen.

Man kann mit der Energiegleichung beginnen und stellt sie nach einer Unbekannten um, z.B. nach der Geschwindigkeit des zweiten Wagens.



Die Impulsgleichung wird nach der unbekannten Geschwindigkeit des Wagen 1 umgestellt und in die Energiegleichung eingesetzt.



Und eingesetzt:



Die Terme mit der unbekannten Geschwindigkeit kommen nun auf eine Seite und es wird ausgeklammert:



Nun kann man einsetzten und die Geschwindigkeit berechnen:



Da sich der Wagen nach links bewegt, wird die Geschwindigkeit negativ:



Damit kann nun über die Impulserhaltungssatz die Geschwindigkeit des anderen Wagens berechnet werden:



Zur Kontrolle wird die Summe der kinetischen Energie mit der Federspannenergie verglichen. Beide Werte müssen übereinstimmen, ansonsten ist unterwegs ein Fehler aufgetreten.

Die Federspannenergie ist



Die Summe der kinetischen Energien ist:



**b)**

Diese Teilaufgabe lässt sich wieder über den Energiesatz lösen.

Der Wagen hat am Anfang der geneigten Eben kinetische Energie. Fährt er nach oben, wird diese Energie in potentielle Energie und Wärme umgewandelt.

Damit verrichtet er also Hubarbeit und Reibungsarbeit.



Die Hubarbeit ist das Produkt aus der Masse, der Fallbeschleunigung und der Höhe, um die gehoben wird.



Die Reibungsarbeit ist die Normalkraft mal dem Reibungsfaktor.



Die Normalkraft ist die Kraft, mit der der Wagen senkrecht auf die Ebene drückt und berechnet sich mit



Damit kann die Gesamtgleichung aufgestellt werden



Damit lässt sich die Hubhöhe berechnen, die dann zum gesuchten Weg führt. Aber zuerst die Höhe:



Da alles bekannt ist, kann die Höhe berechnet werden.



Das ist noch nicht der gesuchte Weg. Das ist nur die Höhe über dem Erdboden.

|  |  |
| --- | --- |
| Die gesuchte Strecke ist s.  Wie man sieht, ist die Strecke s in dem rechtwinkligen Dreieck die Hypotenuse und die soeben berechnete Höhe die Gegenkathete zu dem gegebenen Winkel. |  |

Die drei Größen sind über die Sinusfunktion miteinander verknüpft:



Der Wagen rollt also 2,5 m die Ebene hoch, bis er zum Stillstand kommt.

**c)** Die Bewegung des Wagens ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit einer negativen Beschleunigung.

Die Begründung dafür findet man bei der wirkenden Kraft. Während des Hochfahrens wirkt immer eine konstante Kraft entgegen der Fahrtrichtung. Sie ist die Summe aus der Hangabtriebskraft und der Reibungskraft.

Für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung, die keinen Anfangsweg und keine Anfangs- oder Endgeschwindigkeit hat, gelten die einfachen Gleichungen



Setzt man die Beschleunigung in die erste Gleichung ein, erhält man



Damit lässt sich die gesuchte Zeit berechnen:



**d)** Wenn der Wagen oben zum Stillstand kommt, hat er nur noch potentielle Energie. Rollt er runter, wird diese Energie in kinetische Energie und durch die Reibung in Wärmeenergie umgewandelt.

Es wird also Beschleunigungsarbeit und Reibungsarbeit verrichtet.



Die Reibungsarbeit entspricht der gleichen Reibungsarbeit wie beim Hochrollen.



Mit dieser Geschwindigkeit kommt er unten wieder an. Auf Grund der Reibung ist das natürlich weniger als die Geschwindigkeit, mit der er hochgerollt ist.

**1099.**

**a)** Die Kugel soll mit einer konstanten Geschwindigkeit nach oben gezogen werden. Das heißt aber nach dem Trägheitsgesetz, dass die Summe aller wirkenden Kräfte Null sein muss.

Der Faden, der nach oben zieht, muss sowohl die Hangabtriebskraft und die Reibungskraft vollständig ausgleichen, also genau so groß wie die Summe der beiden Kräfte sein.

Die Hangantriebskraft berechnet sich mit



Die Reibungskraft ist die Normalkraft mal dem Reibungskoeffizienten.



Die Normalkraft ist die Kraft, mit der der Körper senkrecht auf seine Unterlage drückt, also



Damit erhält man für die Reibungskraft



Die Summe aus beiden Kräften ist die Kraft, die gesucht ist



Mit dieser Kraft muss gezogen werden.

Nebenbei: Wenn die Ebene senkrecht stehen würde, wäre der Winkel 90°. Dann ergibt der Wert in der Klammer eine 1 und die Kraft ist genau die Gewichtskraft.

**b)**

Wird der Faden durchgeschnitten, wird die Kugel von der Hangabtriebskraft nach unten beschleunigt. Gleichzeitig wirkt aber jetzt die Reibungskraft entgegen der Bewegung, also nach oben. Die Reibungskraft muss demnach von der Hangabtriebskraft abgezogen werden.



Das ist die Kraft, mit der die Kugel nach unten beschleunigt wird.

Aus der Kraft kann mit der Masse die Beschleunigung berechnet werden:



Nebenbei: Würde die Ebene senkrecht stehen, ist die Beschleunigung die Fallbeschleunigung.

Da die Kraft während der Bewegung nach unten konstant bleibt, liegt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus der Ruhe heraus vor.

Die Geschwindigkeit am Ende der geneigten Ebene ist gesucht und es gilt:



Leider weiß man noch nicht, wie lange die Kugel braucht, bis sie das Ende der Bahn erreicht hat. Man weiß ja noch nicht mal, wie lang die Bahn bis dahin ist.

Zwischen Weg und Zeit gilt bei einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung:



Diese Gleichung kann man nach der Zeit umstellen und in die Geschwindigkeitsgleichung einsetzen.





Die Beschleunigung wurde schon berechnet. s ist die Länge der geneigten Ebene, die die Kugel herunterrollt. Sie ist nicht bekannt, kann aber aus der Höhe und dem Winkel berechnet werden:



Damit lässt sich nun die Geschwindigkeit berechnen:



Für die Zeit nimmt man die schon mal hergeleitete Gleichung:



Da die Beschleunigung angibt, um welchen Wert sich die Geschwindigkeit in einer Sekunde ändert, weiß man die Geschwindigkeit nach 0,3 s. Es ergibt sich der oben berechnet Wert von 1,9 m∙ s-1.

**c)** Bei jedem Stoß gilt der Impulserhaltungssatz: Die Summe der Impulse vor dem Stoß ist genau so groß wie die Summe der Impulse nach dem Stoß.

Vor dem Stoß hat nur die Kugel eins einen Impuls. Sie bewegt sich. Kugel 2 liegt nur rum und hat demnach keine Geschwindigkeit und keinen Impuls.

Nach dem Stoß sind beide Kugeln zusammen und bewegen sich gemeinsam weiter. Das ist ja das Merkmal eines unelastischen Stoßes.

Damit haben sie zusammen einen Impuls.

Es gilt also



Die Gesamtmasse ist die Summe aus Masse 1 und Masse 2



Setzt man das in die Impulsgleichung ein, sieht man, dass nur noch die gesuchte Masse des 2. Körpers unbekannt ist und demnach berechnet werden kann.



**d)**

Es wird die kinetische Energie der Kugel 1 vor dem Stoß und die kinetische Energie beider Kugeln nach dem Stoß berechnet.

Kinetische Energie der Kugel 1 vor dem Stoß:



Kinetische Energie beider Kugeln nach dem Stoß:



Damit sind bei diesem Stoß



kinetische Energie Verlust zu beklagen. Diese Energie ist in thermische Energie umgewandelt worden.

**e)**

Die Kugeln besitzen im Punkt B kinetische Energie. Im Punkt C bewegen sie sich nicht mehr und haben demnach auch keine kinetische Energie mehr. Wo ist sie hin?

Sie wurde durch Reibungsarbeit komplett in thermische Energie umgewandelt.

Die Reibungsarbeit ist



also die Reibungskraft mal dem Weg. Der Weg ist hier die gesuchte Größe



Die Reibungsarbeit entspricht der kinetischen Energie der Kugeln im Punkt B und wurde bereits berechnet.

Die Reibungskraft ist die Normalkraft mal dem Reibungsfaktor. Da der Weg waagerecht liegt, also keine geneigte Ebene ist, ist die Normalkraft die Gewichtskraft.



Das sind noch ganze 2 cm.

**1100.**

**a)** Die Geschwindigkeit des Körpers im Punkt B erhält man über eine Energiebetrachtung.

Zu Beginn steckt die gesamte Energie in der um 20 cm gespannten Feder. Diese entspannt sich auf 10 cm und gibt ihre Energie in Form von Reibungsarbeit und Beschleunigungsarbeit ab. In der Beschleunigungsarbeit steckt die gesuchte Geschwindigkeit.



Da sich die Feder nicht komplett entspannt, wird nur ein Teil der gespeicherten Spannenergie freigesetzt.

Die Federspannenergie berechnet sich mit



Zu Beginn der Entspannung stecken in der Feder



Treffen die beiden Körper zusammen, ist die Feder nur noch 10 cm gespannt und enthält dann



Das heißt, 3 J Federspannenergie sind in die beiden anderen Energieformen umgewandelt worden.

Damit erhält man



Da der Weg waagerecht ist, ist die Normalkraft gleich der Gewichtskraft.



Diese Gleichung kann nun nach v umgestellt und die gesuchte Geschwindigkeit berechnet werden:



**b)** Die beiden Körper haben jeweils die gleiche Masse von 500 g. Das vereinfacht die Berechnungen der Geschwindigkeiten über den Impuls- und Energieerhaltungssatz.

Der Impulserhaltungssatz besagt, dass bei einem Stoß die Summe der Impulse vor dem Stoß genau so groß ist wie die Summe der Impulse nach dem Stoß. Vor dem Stoß hat nur Körper 1 einen Impuls.

Beim elastischen Stoß ist die Summe der kinetischen Energien vor und nach dem Stoß ebenfalls gleich.

Da die beiden Körper die gleichen Massen haben, tauschen sie beim Stoß die Geschwindigkeiten. Körper 1 wird auf 0 abgebremst und Körper 2 bewegt sich mit 3,4 m ⋅ s-1 weg.

**c)** Nach dem Stoß ist die Feder noch nicht entspannt. Damit wird Körper 1 noch 10 cm weiter beschleunigt.

Danach bewegt er sich weiter und wandelt seine kinetische Energie über Reibungsarbeit in thermische Energie um. Das geht so lange, bis die kinetische Energie komplett in thermische Energie umgewandelt wurde und er liegen bleibt.

In der Feder steckt noch 1 J Federspannenergie. Das wurde in der Lösung a) berechnet.

Diese Energie wird auf den Körper 1 vollständig übertragen, der sie durch Reibung komplett in thermische Energie umwandelt.



Das ist die Entfernung, in der der Körper vom Punkt B aus zur Ruhe kommt. Rechnet man die 10 cm zwischen A und B hinzu, kommt man auf 103 cm. Die Kante des Tisches ist vom Punkt A 120 cm entfernt. Der Körper 1 bleibt also liegen.

**d)** Auf dem Weg von B zu D wird ein Teil der kinetischen Energie in thermische Energie über Reibungsarbeit umgewandelt.



**e)** Beim waagerechten Wurf setzt sich die Geschwindigkeit, mit der der Körper aufschlägt, aus einer waagerechneten und einer senkrechten Komponente zusammen. Die waagerechte Komponente entspricht der Geschwindigkeit, mit der der Körper gestartet ist, also den 2,6 m ⋅ s-1. Da in dieser Richtung keine Kraft wirkt, bleibt diese Geschwindigkeit unverändert.

Nach unten stellt die Bewegung einen freien Fall dar. Die Geschwindigkeit wird immer größer und hängt direkt vom Fallweg ab.

Wie groß ist die Geschwindigkeit in senkrechter Richtung?



Damit lässt sich über die Gesetze des freien Falls die Fallhöhe bestimmen.



Die erste Gleichung wird nach der Zeit umgestellt und in die zweite Gleichung eingesetzt:



Der Tisch hat eine Höhe von 80 cm.

Die Wurfweite x erhält man aus der Flugzeit.



Der Körper fliegt diese Zeit, bis er aufschlägt. Wie weit fliegt er dann?



**1101.**

**a)** Der Fahrer fährt mit 45 km ∙ h-1. (1)

Er bremst (2)

Der wartet an der Ampel (3)

Er beschleunigt (4)

Es sind also insgesamt 4 Teilbewegungen.

**b)**

(1) gleichförmige Bewegung

(2) gleichmäßig negativ beschleunigte Bewegung

(3) Ruhe

(4) gleichmäßig beschleunigte Bewegung

**c)**

Es sind zwei Bewegungen, in denen die Beschleunigung nicht 0 ist: die 2. und die 4. Bewegung. Dafür müssen die Beschleunigungen berechnet werden.

Die Beschleunigung gibt an, um welchen Wert sich die Geschwindigkeit in einer Sekunde ändert. Allgemein gilt für eine Bewegung, bei der die Anfangs- oder Endgeschwindigkeit gleich 0 ist:



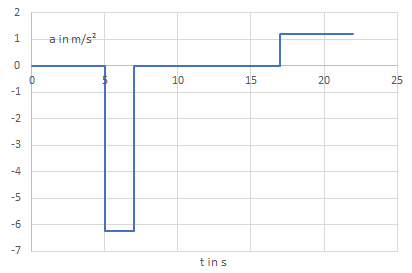
Die Geschwindigkeit muss zuerst in die Grundeinheit umgerechnet werden:

  
Das Auto ändert in der 2. Teilbewegung seine Geschwindigkeit von dieser Geschwindigkeit auf 0 in 2 Sekunden. Da es eine abbremsende Bewegung ist, wird die Geschwindigkeitsänderung negativ und demnach erhält man auch einen negativen Beschleunigungswert.



Mehr Größen sind für das a(t)-Diagramm nicht zu berechnen. Die Beschleunigung für den 4. Teilabschnitt ist ja schon gegeben.

Das Diagramm sieht dann so aus:

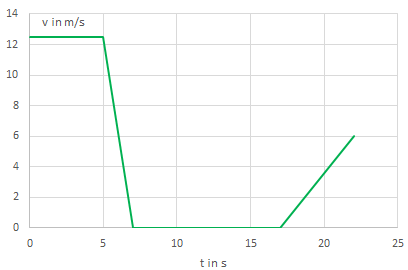


[Excel-Tabelle](m1101.xlsx)

**d)**

In der ersten Bewegungsphase ist die Geschwindigkeit konstant bei 12,5 m ∙ s-1. In der zweiten Phase sinkt sie in 2 Sekunden auf 0 und bleibt dann auch 10 Sekunden auf 0. Danach beschleunigt der Fahrer 5 Sekunden lang mit 1,2 m ∙ s-2. Da die Beschleunigung abgibt, um welchen Wert sich die die Geschwindigkeit in einer Sekunde ändert, beträgt die Geschwindigkeit nach 5 Sekunden 6 m ∙ s-1. Das sind 21,6 km ∙ h-1.

Mit diesen Werten kann das Diagramm gezeichnet werden.



**e)**

Bei einer gleichförmigen Bewegung ändert sich der zurückgelegte Weg linear mit der Zeit. Wenn der Nullpunkt der Bewegung an den Anfang des ersten Bewegungsabschnittes gelegt wird, legt der PKW in den ersten 5 Sekunden 62,5 m zurück.

Von da ab bremst der PKW bis zum Stillstand runter. Das heißt, der zurückgelegte Weg wird je Sekunde immer kleiner.

Es gilt:



s0 ist der bereits zurückgelegte Weg, also die 62,5 m.

v0 ist die Anfangsgeschwindigkeit, also hier die 12,5 m ∙ s-1.

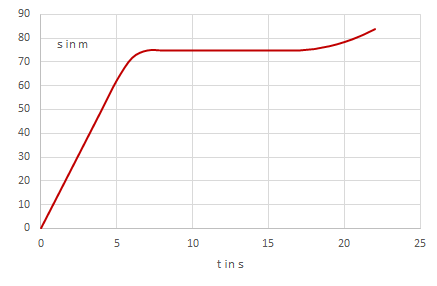
Wenn man die Wege berechnet, ist die Entfernung zwischen dem Beginn und dem Halt an der Ampel 75 m weit.

Danach steht der PKW und seine Entfernung zum Nullpunkt ändert sich nicht.

Nach dem Start berechnet sich der weitere Weg über



Am Ende ist der PKW 84 m weit vom Nullpunkt entfernt.



**1102.**

**a)** Der Würfel bleibt auf der Scheibe liegen, wenn die Reibungskraft so groß ist, dass sie die Radialkraft aufbringen kann. Die Radialkraft ist die Kraft, die auf den Würfel wirken muss, damit er die Kreisbewegung machen kann.

Die Radialkraft berechnet sich mit



Die Reibungskraft ist



Die Normalkraft ist die Kraft, mit der der Körper senkrecht auf den Untergrund drückt. In diesem Fall ist es genau die Gewichtskraft.



Der Würfel behält seinen Platz solang bei, wie die Reibungskraft größer oder gleich der notwendigen Radialkraft ist. Wird die Geschwindigkeit etwas größer, rutscht er weg. Die Grenze ist also bei der Gleichheit der beiden Kräfte:



Die Masse kürzt sich wie so oft raus und spielt keine Rolle mehr.

Damit kann man die Geschwindigkeit berechnen, bei der der Würfel gerade noch so hält. Es ist aber die Umdrehungszahl gesucht.

Wie hängt die mit der Geschwindigkeit zusammen?



Damit erhält man



Die Scheibe darf je Sekunde eine halbe Umdrehung machen, damit der Würfel nicht runterrutscht. Wird sie schneller, ist er weg.

**b)** Die Scheibe beginnt aus der Ruhe heraus zu drehen und wird durch das wirkende Drehmoment immer schneller.

Da die Kraft konstant mit 0,1 N wirkt, liegt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung vor. Dafür gilt das Grundgesetz der Rotation:

****

M ist das Drehmoment, J das Trägheitsmoment und Alpha die Winkelbeschleunigung.

Die Winkelbeschleunigung gibt an, um welchen Wert sich die Winkelgeschwindigkeit je Zeit ändert:



Da die Bewegung aus dem Stillstand beginnt, ist die Anfangsgeschwindigkeit 0. Die Endgeschwindigkeit entspricht der in der ersten Aufgabe berechneten. Sie beträgt



Die Winkelbeschleunigung lässt sich aus dem Drehmoment und dem Trägheitsmoment berechnen. Für das Drehmoment gilt:



F ist die gegebene Kraft und r der Abstand des Angriffspunkts der Kraft von der Mitte der Scheibe. Da die Kraft am Rand angreift, ist das genau der Radius der Scheibe.

Das Trägheitsmoment entspricht dem eines Vollzylinders und berechnet sich mit

****

m ist die Masse der Scheibe und r der Radius. Beide Größen sind bekannt.

Damit ist alles bekannt und die gesuchte Zeit kann bestimmt werden.

****

Es dauert 50 s, bis die Scheibe die Geschwindigkeit erreicht hat, bei der der Würfel wegrutscht.

**c)** Wie viele Umdrehungen während dieser Zeit gemacht werden heißt ja nichts anderes, als wie groß ist der Drehwinkel in dieser Zeit. Je Umdrehung werden 360° gedreht.

Der Drehwinkel für eine gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung berechnet sich mit



Da die Bewegung aus dem Stand heraus beginnt, verkürzt sich die Gleichung auf



Wir oben gezeigt wurde, ist



Und man erhält



Die Endwinkelgeschwindigkeit und die Zeit sind bereits berechnet worden. Damit kann der Winkel berechnet werden:



Das ist aber nicht der Winkel in Grad, sondern im Bogenmaß. Um ihn in Grad zu erhalten, wird der Bogenmaßwert mit 180° multipliziert und das Ergebnis durch Pi geteilt:



Teilt man das durch den Winkel für eine Umdrehung (360°), erhält man 12,5 Umdrehungen.

**1103.**

**a)** Der Pkw ändert während des Bremsens seine Geschwindigkeit von 110 km ∙ h-1 auf 80 km ∙ h-1, also um 30 km ∙ h-1. Die Beschleunigung gibt an, um welchen Geschwindigkeitsbetrag sich die Geschwindigkeit in einer Sekunde ändert. Mit der Beschleunigung, die bestätigt werden soll, kann die Zeit berechnet werden, die der Pkw zum Abbremsen braucht.

Kennt man die Zeit, kann dann damit der zurückgelegte Weg berechnet werden. Entspricht er den gegebenen 200 m, ist der Nachweis erbracht.

Zur Berechnung der Zeit wird die Geschwindigkeitsänderung in die Grundeinheit umgerechnet. Da die Geschwindigkeit kleiner wird, hat sie ein negatives Vorzeichen.



Damit erhält man für die Bremszeit



Hinweis: Rechnet man die Geschwindigkeit in die Grundeinheit um und mit diesem Wert sofort weiter, erhält man 7,6 s. Verwendet man den gerundeten Wert, kommt 7,5 s raus.

Mit der Zeit kann nun der Weg berechnet werden.



Nachweis erbracht!

**b)** Beide Fahrzeuge sind zu Beginn der Baustelle auf gleicher Höhe und haben demnach einen Abstand von 0.

Man muss untersuchen, wie weit beide Fahrzeuge gefahren sind, wenn der Pkw das Ende der Baustelle erreicht hat.

Für den Pkw ist diese Frage recht schnell zu beantworten. Er ist ja am Ende der Baustelle angekommen und hat eine Strecke von 1400 m zurückgelegt.

Wie weit ist zu diesem Zeitpunkt der Lieferwagen gefahren. Da er gleichförmig mit 60 km ∙ h-1 fährt, ergibt sich die zurückgelegte Strecke aus der Geschwindigkeitsgleichung für die gleichförmige Bewegung:



Leider weiß man noch nicht, wie lange er fährt. Dazu muss die Zeit bestimmt werden, die der Pkw zum Durchfahren der Baustelle braucht.

Die Bewegung setzt sich aus zwei Teilbewegungen zusammen: Das Abbremsen bis zu 200 m und dann die gleichförmige Bewegung bis zum Ende der Baustelle.

Für die erste Bewegung wurde die Zeit bereits berechnet: 7,6 s.

Danach fährt der Pkw die restlichen 1200 m mit den erlaubten 80 km ∙ h-1. Die Zeit für diese Bewegung kann auch berechnet werden:



Damit braucht der Pkw insgesamt 61,7 s für die Baustellendurchfahrt.

Der Lieferwagen fährt während dieser Zeit



Damit ist der gesuchte Abstand



**c)**

Der Pannendienst ist noch 500 m von dem defekten Lkw entfernt. Da seine Geschwindigkeit bekannt ist, kann die Zeit berechnet werden, bis der der Lkw erreicht.



Nach dieser Zeit erreicht der Pannendienst den Lkw.

Wie weit ist der Lieferwagen in dieser Zeit gefahren?



Da der Lkw genau in der Mitte der Baustelle steht, ist er 700 m vom Beginn der Baustelle entfernt. Der Lieferwagen ist aber schon 1208 m weit gefahren und hat demnach den Lkw schon passiert, wenn der Pannendienst diesen erreicht.

**1104.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| geg.: |  | ges.: | F |
| Lösung: | Als erstes wird der Druck in die Einheit Pascal umgewandelt. Es gilt:    Demnach sind    Danach wird die Fläche in die Einheit m² umgewandelt:    Nun kann die gesuchte Kraft berechnet werden: | | |
| Antwort: | Man muss mit einer Kraft von 54 N zuhalten. Das ist sehr schwer zu erreichen. | | |

**1105.**

**a)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| geg.: |  | ges.: | p |
| Lösung: | Die gegebene Fläche wir zuerst in die Grundeinheit m² umgerechnet:    Damit kann der gesuchte Druck berechnet werden: | | |
| Antwort: | Es ist ein Druck von 250 kPa notwendig. | | |

**b)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| geg.: |  | ges.: | F |
| Lösung: | Die gegebene Fläche wir zuerst in die Grundeinheit m² umgerechnet:    Dann wird der Druck in die Einheit Pascal umgewandelt. Es gilt:    Demnach sind    Nun kann die gesuchte Kraft berechnet werden: | | |
| Antwort: | Es wirkt eine Kraft von 60 N | | |

**c)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| geg.: |  | ges.: | A |
| Lösung: | Es wird der Druck in die Einheit Pascal umgewandelt. Es gilt:    Demnach sind    Nun kann die gesuchte Fläche berechnet werden:    Mit dieser Angabe kann man aber noch nicht so viel anfangen. Besser wäre die Angabe in cm².  Es gilt:    Damit kann die Fläche umgerechnet werden: | | |
| Antwort: | Die Fläche muss 0,5 cm² groß sein. | | |

**1106.**

**a)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| geg.: |  | ges.: | p |
| Lösung: | Die gegebene Fläche wir zuerst in die Grundeinheit m² umgerechnet:    Damit kann der gesuchte Druck berechnet werden: | | |
| Antwort: | Es ist ein Druck von 500 kPa notwendig. | | |

**b)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| geg.: |  | ges.: | F |
| Lösung: | Die gegebene Fläche wir zuerst in die Grundeinheit m² umgerechnet:    Dann wird der Druck in die Einheit Pascal umgewandelt. Es gilt:    Demnach sind    Nun kann die gesuchte Kraft berechnet werden: | | |
| Antwort: | Es wirkt eine Kraft von 160 N | | |

**c)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| geg.: |  | ges.: | A |
| Lösung: | Es wird der Druck in die Einheit Pascal umgewandelt. Es gilt:    Demnach sind    Nun kann die gesuchte Fläche berechnet werden:    Mit dieser Angabe kann man aber noch nicht so viel anfangen. Besser wäre die Angabe in cm².  Es gilt:    Damit kann die Fläche umgerechnet werden: | | |
| Antwort: | Die Fläche muss 0,05 cm² groß sein. | | |

**1107.**

|  |  |
| --- | --- |
| Kind 3 muss mindestens mit der Kraft ziehen, die so groß ist wie die resultierende Kraft, die sich aus den beiden Kräften der beiden rechten Kinder ergibt.  Mit Hilfe eines Kräfteparallelogramms wird die resultierende Kraft konstruiert. Als Maßstab bietet sich z.B. an: |  |

Damit ist der Kraftpfeil von Kind 1 4,2 cm und der Kraftpfeil von Kind 2 6,4 cm lang.

Als resultierende Kraft erhält man einen Kraftpfeil, der 9,2 cm lang ist. Das entspricht dan einer Kraft von 460 N.

Zur Berechnung nimmt man die Gleichung für die resultierende Kraft, die sich aus zwei Teilkräften ergibt. Der Winkel zwischen den beiden Kräften ist die Summe der beiden gegebenen Winkel, also 61°.



Prima: Zeichnung und Rechnung liefern das gleiche Ergebnis.

**1108.**

**a)**

Die Anordnung ist dann in Ruhe, wenn die beiden Kräfte, die jeweils nach unten ziehen, gleichgroß sind. Dann heben sich die beiden Kräfte auf und nach dem Trägheitsgesetz ist die Beschleunigung Null.

Die beiden Körper werden durch die Hangabtriebskraft nach unten gezogen. Die Hangabtriebskraft ist



Man setzt die beiden Hangabtriebskräfte gleich und kann den Nachweis bringen, dass die Masse des 2. Körpers 0,35 kg groß ist.



**b)** Da sich jetzt die beiden Kräfte nicht mehr aufheben, ergibt sich eine Kraft größer Null, die das System nach rechts beschleunigt. Es gilt das Newtonsche Grundgesetz:



F ist die beschleunigende Kraft und m die zu beschleunigende Masse. Da beide Körper beschleunigt werden, ist die Masse 1,2 kg groß.

Die Kraft ergibt sich aus der Differenz der beiden Hangabtriebskräfte:



Da die beiden Massen gleich sind, kann man sie wie die Fallbeschleunigung ausklammern:



Damit kann die Beschleunigung berechnet werden:



Die Kraftgleichung wurde bereits hergeleitet. Die Masse ist die doppelte Masse eines Körpers. Damit erhält man



Überraschung: die Massen der Körper spielen keine Rolle, sie kürzen sich raus.



**c)** In Aufgabe a) wurde die Masse berechnet, die notwendig ist, um das System ohne Reibung in Ruhe zu halten. Wird die Masse von Körper 2 nur ein bisschen größer als die 0,35 kg, rutscht die Anordnung nach rechts runter.

Nun wirkt aber noch die Haftreibung. Die Reibungskraft hat die Eigenschaft, immer entgegen der Bewegungsrichtung zu wirken.

Diese Reibungskraft muss auf der linken Seite zusätzlich zur Hangabtriebskraft noch überwunden werden.



Die Reibungskraft ist die Normalkraft mal dem Reibungsfaktor. Die Normalkraft ist die Kraft, mit der der Körper senkrecht auf die Unterlage drückt.



Das ist die Kraft, mit der sich der Körper 1 auf der linken Seite festbeißt.

Auf der rechten Seite zieht Körper 2 mit seiner Hangabtriebskraft nach unten. Um loszukommen, muss er aber noch die Reibungskraft überwinden, die hier entgegen der Hangabtriebskraft wirkt.



Das System bleibt gerade noch so in Ruhe, wenn die beiden Kräfte gleich groß sind.



**d)** Die Federkonstante gibt an, welche Kraft notwendig ist, um die Feder 1 m auszudehnen. In diesem Fall sind das 43 N.

Da die Ausdehnung proportional zur wirkenden Kraft ist, kann die Ausdehnung der Feder berechnet werden, wenn man die Kraft kennt, mit der an der Feder gezogen wird.

Die Kraft wurde schon in Aufgabe b) bestimmt. Sie ist die Differenz der beiden Hangabtriebskräfte:



Für die Feder gilt:



und eingesetzt:



Die Feder dehnt sich um 5 cm aus.

|  |  |
| --- | --- |
| **1109.**  **Geschwindigkeit:**  **a)** Der Körper bewegt sich vom Nullpunkt in positiver Richtung weg und besitzt eine Anfangsgeschwindigkeit. Der Anstieg der s(t)-Kurve wird immer kleiner. Das heißt, die Geschwindigkeit wird immer kleiner und ist am Ende Null.  **b)** Der Körper steht in positiver Richtung zum Nullpunkt und bewegt sich am Anfang nicht, seine Geschwindigkeit ist Null. Im Laufe der Zeit bewegt er sich zum Nullpunkt hin, womit seine Geschwindigkeit negativ ist. Seine Geschwindigkeit wird immer größer.  Da er in der gleichen Zeit einen größeren Weg als Körper a zurücklegt, verläuft die Kurve von b steiler als die Kurve von a.  **c)** Es werden markante Punkte der Kurve herausgesucht und im v(t)-Diagramm eingetragen. Das ist   * der Start: maximale positive Geschwindigkeit * der höchste Punkt der Kurve: keine Geschwindigkeit * der Nulldurchgang: maximale negative Geschwindigkeit * der niedrigste Punkt: keine Geschwindigkeit   **Beschleunigung:**  a und b: Der Anstieg beider v(t)-Kurven ist negativ. Die Kurve von b verläuft steiler, weshalb dort die Beschleunigung noch negativer ist. |  |

Für c werden wieder markante Punkte herausgesucht und der Anstieg der v(t)-Kurve untersucht.

**1110.**

**a)** Nachdem der Wagen die rechte Feder berührt hat, drückt er sie bis zu seinem Stillstand zusammen. Danach entspannt sich die Feder wieder und beschleunigt den Wagen nach links.

Wenn der Wagen die Feder nicht ehr berührt, ist die Feder wieder in der ursprünglichen Lage und hat genau eine halbe Schwingung durchgeführt. Die Berührungszeit entspricht demnach einer halben Schwingungsdauer der Feder. Die Masse, die die Feder zum Schwingen bringt, ist die Masse des Wagens.



**b)** Die Berechnung der Strecke, um die die Feder zusammengedrückt wird, kann über eine Energiebetrachtung erfolgen. Der ankommende Wagen besitzt kinetische Energie. Da er bis zum Stillstand abgebremst wird, wandelt sich die gesamte Energie in Federspannenergie um. Diese wird durch die Federkonstante und die Strecke, um die die Feder zusammengedrückt wird, bestimmt.



**c)** Die Berechnung der gesuchten Geschwindigkeit erfolgt wieder über eine Energiebetrachtung. Wenn die Feder die Strecke von 2,85 cm zusammengedrückt wird, ist dazu eine Spannenergie notwendig. Die kommt aus der kinetischen Energie des Wagens. Zu dem gesuchten Moment hat sich die kinetische Energie des Wagens vor dem Berühren der Feder in Spannenergie der Feder und restliche kinetische Energie des Wagens aufgeteilt.

Aus der Restenergie des Wagens lässt sich die gesuchte Geschwindigkeit bestimmen.



Das wird nach der gesuchten Geschwindigkeit umgestellt.



Die Strecke s ist jetzt natürlich nur 2,85 cm groß.



**d)**

1. Vom Start bis zum Berühren der Feder: gleichförmige Bewegung, Dauer 0,4 s.
2. Während der Federberührung ist es eine halbe harmonische Schwingung, die 0,45 s dauert
3. Bis zum Berühren der Feder auf der anderen Seite ist es eine gleichförmige Bewegung. Der Wagen legt diese 32 cm Entfernung in 0,8 s zurück
4. Für 0,45 s berührt der Wagen die Feder und macht wieder eine halbe harmonische Schwingung.
5. Er bewegt sich dann bis zum Start gleichförmig zurück. Dazu braucht er 0,4 s.

**e)** Zuerst muss man fragen, wo denn überhaupt die maximale Beschleunigung auftritt. Das kann nur dort sein, wo der Wagen die Federn berührt. Dazwischen bewegt er sich gleichförmig und die Beschleunigung ist Null.

Die maximale Geschwindigkeitsänderung spürt der Wagen bei der harmonischen Schwingung an den Umkehrpunkten, also dort, wo er die Richtung seiner Bewegung umkehrt.

Die Beschleunigung kann dort mit den bekannten Gesetzen der harmonischen Schwingung bestimmt werden.

Für die Beschleunigung gilt:



Die Beschleunigung ist genau dann maximal, wenn der Sinus den Wert 1 annimmt. Das heißt also, für die maximale Beschleunigung gilt einfach



Die Amplitude, also die maximale Elongation, sind die weiter oben berechneten 5,7 cm. Für die Winkelgeschwindigkeit gilt



Die Schwingungsdauer T ist



Damit erhält man für die maximal Beschleunigung



und berechnet



f)

Zuerst muss man herausfinden, wie lange eine Hin- und Herbewegung dauert. Dazu werden die in d) ermittelten Zeiten einfach addiert und man erhält 2,5 s.

[Diagrammquelle](m1110.xlsx)

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Bei den Teilen der Bewegung, bei denen der Wagen nicht die Federn berührt, bewegt er sich ja gleichförmig. Das ist im s(t)-Diagramm eine steigende oder fallende Gerade, im v(t)-Diagramm eine parallele Linie zur t-Achse und im a(t)-Diagramm eine Linie auf der t-Achse (a=0).

Dort, wo er die Feder berührt, liegt ein Teil einer Schwingung vor. Diese Teile berechnen sich mit den Gleichungen für die Schwingung:



**1111.**

**a)** Bei einer Feder besteht zwischen der angehängten Kraft und der Ausdehnung ein direkter Zusammenhang, die Federkonstante ist der Proportionalitätsfaktor.



Die Kraft entspricht der Gewichtskraft des angehängten Körpers.



**b)** Der Körper soll um 20,0 cm nach oben gehoben werden. Dazu ist Hubarbeit zu verrichten und man muss dafür Energie aufbringen.

Die ausgezogene Feder zieht den Körper auch etwas nach oben, so dass sie das Anheben unterstützt.

Das heißt, durch die Feder ist der Energieaufwand etwas kleiner als beim einfachen Anheben.

Zuerst wird die Arbeit berechnet, die zum einfachen Anheben notwendig wäre. Davon zieht man dann die Arbeit ab, die die Feder liefert.

Energie zum Anheben:



Welche Energie liefert die Feder?

Durch das Anhängen des Körpers wurde die Feder gedehnt und speichert damit Energie. Wird sie wieder entspannt, gibt sie einen Teil der Energie zurück.

Wieviel Energie ist in der gespannten Feder?



Wird nun das Gewicht angehoben, ist die Feder immer noch etwas gespannt und damit immer noch Träger von etwas Energie. Wieviel ist das?

Da das Gewicht um 20,0 cm angehoben wurde, ist die Feder nur noch um 0,045 m gedehnt.

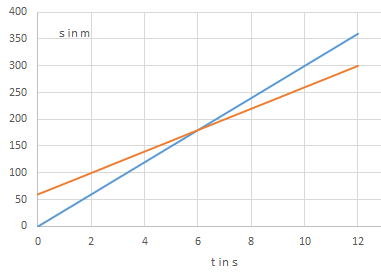


Damit sind also 0,58 J von der Feder zur Unterstützung beim Anheben des Gewichtes aufgebracht worden.

Das heißt, von außen musste nur 0,4 J Arbeit zugeführt werden.

**1112.**

**a)**



**b)** Im Diagramm erkennt man den gesuchten Zeitpunkt am Schnittpunkt der beiden Geraden. Das ist zum Zeitpunkt 6 s und für den blauen Pkw nach 180 m.

**c)** Zu dem Zeitpunkt, wo beide Fahrzeuge auf gleicher Höhe sind, sind beide ab dem Zeitpunkt 0 gleiche Zeit gefahren. Der blaue Pkw ist aber 60 m weiter gefahren als der rote Lkw.



Beide fahren mit konstanter Geschwindigkeit, so dass für beide gilt:



Stellt man das nach s um, erhält man



Das kann man in die Weggleichung einsetzen:



Die einzige unbekannte Größe ist jetzt die Zeit, die berechnet werden kann.



Da das blaue Auto mit 30 m/s fährt, ist es in dieser Zeit 180 m weit gefahren.

**d)** Nach den 12 s kann man den Überholvorgang als abgeschlossen betrachten. Der Abstand zwischen den Fahrzeugspitzen beträgt wieder 60 m. Das heißt, der Abstand zwischen den beiden Fahrzeugen ist 55 m groß und der Pkw kann wieder auf die rechte Spur wechseln.

**1113.**

|  |  |
| --- | --- |
| **a)** Eine harmonische Schwingung liegt dann vor, wenn die zur Gleichgewichtslage zurücktreibende Kraft proportional zur Auslenkung ist.  Bei einer Feder ist das klar, aber wie sieht es mit bei den zwei Federn aus?  Der Körper spürt durch die zwei Federn auch zwei Kräfte. Diese beiden Kräfte liegen auf einer Linie und können dadurch addiert werden.    Die unterschiedlichen Richtungen der Kräfte werden über die Vorzeichen berücksichtigt. Die nach links ziehende Kraft ist negativ und die nach rechtsziehende positiv. |  |

Die Kraft, die durch eine Feder ausgeübt wird, ist



x ist der Abstand von der Gleichgewichtslage.

Wird der Körper nach rechts bewegt, wird die linke Feder länger und die rechte Feder kürzer. Da beide Federn bereit gespannt sind, ist in der Gleichgewichtslage bereits die Ausdehnung s vorhanden. Durch das Verschieben aus dieser Lage nach rechts wird die rechte Feder um x länger und die linke Feder um x kürzer. Damit ist die linke Feder um x+s und die rechte um x-s gedehnt.

Für die Kräfte erhält an dann



Für die Gesamtkraft F erhält man dann



Die Kraft ist demnach proportional zur Auslenkung x aus der Gleichgewichtslage und es liegt eine harmonische Schwingung vor.

**b)** Die Schwingungsdauer eines Federschwingers berechnet sich mit



Die Masse des Schwingungskörpers ist bekannt. Die Federkonstante ist durch die beiden Federn doppelt so groß wie bei einer Feder. Damit ist die Schwingungsdauer



**c)** Die Abhängigkeit des Weges von der Zeit wird bei einer harmonischen Schwingung durch 

beschrieben.

Der y-Wert bezieht sich auf den Abstand des Körpers von der Gleichgewichtslage ab dem Start der Schwingung an diesem Punkt.

Nun beginnt die Schwingung aber nicht in der Gleichgewichtslage, sondern im rechten Umkehrpunkt. Dadurch wird aus der Sinusfunktion eine Cosinusfunktion.



y ist wieder der Abstand von der Gleichgewichtslage, t aber die Zeit, die seit dem Start vom Umkehrpunkt vergangen ist.

Die Frage bezieht sich auf die Zeit für die ersten 5,0 cm Weg. Hat sich der Körper 5,0 cm bewegt, ist er noch 15,0 cm von der Ruhelage entfernt. y ist also 15,0 cm.

Die Kreisfrequenz ωerhält man aus der oben berechneten Schwingungsdauer:



Damit lautet die Schwingungsgleichung



Das lässt sich mit einem Solver berechnen. Achtung: der Rechner muss auf RAD eingestellt werden!



Das zu erwartende Ergebnis liegt zwischen 0 s und der halben Schwingungsdauer, was durch die Angabe hinter dem senkrechten Strich angegeben wird.

Man erhält eine Zeit von 0,092 s.

**d)** Die Geschwindigkeit eines Schwingers wird mit



berechnet.

Da die Schwingung im Umkehrpunkt beginnt, wird daraus



Daraus wird mit den gegebenen Größen



Mit dem Solver wird die Zeit berechnet, wo der Schwinger die gegebene Geschwindigkeit zum ersten Mal erreicht. Man erhält 0,078 s.

Damit kann die Elongation berechnet werden:



**1114.**

Wie funktioniert eine Schleuder? Die nasse Wäsche dreht sich mit der Trommel. Damit die Wassertropfen in der Wäsche die Kreisbewegung mitmachen können, muss auf sie eine Radialkraft wirken.

Die Radialkraft wird durch die Kräfte zwischen den Tropfen und dem Gewebe aufgebracht. Kann diese Kraft nicht mehr aufgebracht werden, fliegen die Wassertropfen aus dem Gewebe raus und das ist ja Sinn der ganzen Dreherei.

Je größer die Radialkraft ist, die die Tropfen zum Halten aufbringen müssen, um so besser arbeitet die Schleuder. Bei einer großen, notwenigen Radialkraft können sich eben nur wenige Tropfen noch halten, die meisten fliegen raus.

Es muss also untersucht werden, wie die Radialkraft vom Radius und der Umdrehungszahl abhängt.

Die Radialkraft berechnet sich mit



Damit steht der Radius schon drin, nur die Drehzahl fehlt noch.

Für eine Kreisbewegung gilt weiterhin



Setzt man das in die Gleichung für die Radialkraft ein, erhält man



Man sieht, dass die Radialkraft proportional zum Radius und proportional zum Quadrat der Drehzahl ist. Die Drehzahl bestimmt also die Radialkraft viel stärker als der Radius.

Um eine Aussage über die bessere Schleuder zu machen, multipliziert man die Radiuszahl mit dem Quadrat der Drehzahl. Die Schleuder mit der größeren Zahl ist besser.



Man sieht, die kleinere, aber schnellere Schleuder ist besser.

**1115.**

a) Die Beschleunigung ist die Geschwindigkeitsänderung je Sekunde. Bei diesem Bremsvorgang ändert sich die Geschwindigkeit von 100 km/h bis auf 0 km/h, also um 100 km/h. In die Grundeinheit umgerechnet sind das 27,8 m/s.

Leider ist die Zeit, in das das Abbremsen erfolgt, nicht bekannt. Gegeben ist nur die Strecke.

Zwischen dem Weg, der Zeit und der Beschleunigung gilt aber



Auch hier steckt die unbekannte Zeit drin.

Stellt man die Gleichungen



und



jeweils nach der Zeit t um, kann man beide Gleichungen gleichsetzten und die Zeit ist weg:



Die Geschwindigkeitsänderung und der Bremsweg sind gegeben und die Beschleunigung kann berechnet werden.



**b)** Aus der soeben berechneten Beschleunigung und der Geschwindigkeitsänderung lässt sich die gesuchte Zeit berechnen:



**c)**

[Diagrammquelle](m1115.xlsx)

**d)** Für die nasse Straße erhält man eine Bremszeit von 9,3 s. Das Auto fährt dabei



**e)**

**1116.**

**a)** Die Bewegung gliedert sich in drei Abschnitte, die einzeln betrachtet werden.

1. Abschnitt: Zum Zeitpunkt 0 ist die Geschwindigkeit ebenfalls 0. Sie steigt gleichmäßig in den ersten 15 Sekunden auf 12 m/s an. Die Bewegung wird also aus dem Stand heraus immer schneller.

2. Abschnitt: In den folgenden 10 Sekunden bleibt die Geschwindigkeit konstant. Die Bewegung wird also weder schneller noch langsamer.

3. Abschnitt: In den letzten 5 Sekunden wird die Bewegung bis zum Stillstand langsamer.

**b)** Die Beschleunigung gibt an, um welchen Wert sich die Geschwindigkeit in einer Sekunde ändert. Sie berechnet sich als Quotient aus der Geschwindigkeitsänderung und der dazu benötigten Zeit.

1. Abschnitt:

Die Geschwindigkeit ändert sich in 15 Sekunden von 0 m/s auf 12 m/s



2. Abschnitt

Da sich hier die Geschwindigkeit nicht ändert, ist die Beschleunigung 0.

3. Abschnitt

Im letzten Abschnitt ändert sich die Geschwindigkeit innerhalb von 5 Sekunden von 12 m/s auf 0.



Da die Geschwindigkeit kleiner wird, ergibt sich hier eine negative Beschleunigung.

**c)** Es wird für jeden Abschnitt der zurückgelegte Weg berechnet und die drei Teilwege dann addiert.

1. Abschnitt

Es ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung (Geschwindigkeit wird größer) und für den Weg gilt:



Da alles bekannt ist, kann der Weg berechnet werden.



2. Abschnitt

Da sich die Geschwindigkeit nicht ändert, liegt eine gleichförmige Bewegung vor. Der Weg berechnet sich mit



Auch hier ist alles bekannt.



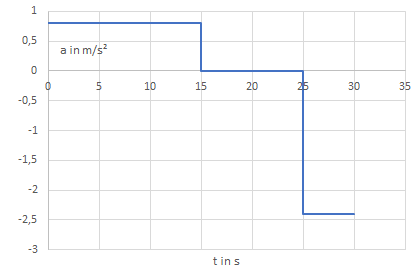
3. Abschnitt

In diesem Abschnitt liegt eine abbremsende Bewegung vor, die durch eine negative Beschleunigung beschrieben wird. Der dabei zurückgelegte Weg ist genau so groß, als würde diese Bewegung aus dem Stand bis auf 12 m/s erfolgen. Damit kann man schreiben



Damit erhält man einen Gesamtweg von 240 m.

**e)**



**1117.**

**a)** Die gesuchte Geschwindigkeit erhält man über eine Energiebetrachtung. Am Fuß des Berges hat der Wagen kinetische Energie. Beim Hochrollen wird diese Energie zum Teil in potenzielle Energie umgewandelt, da der Wagen ja angehoben wird.

Es gilt also:



Die gegebene Höhe steckt in der potenziellen Energie, die gegebene Geschwindigkeit in der kinetischen Energie in A und die gesuchte Geschwindigkeit ist in der kinetischen Geschwindigkeit am Fuß des Berges.



**b)** Im oberen Punkt wirken auf den Wagen zwei Kräfte: die nach unten zeigenden Gewichtskraft und die nach außen zeigende Zentrifugalkraft. Der Wagen hebt dann nicht ab, wenn die Zentrifugalkraft nicht größer wird als die Gewichtskraft. Die Grenze liegt bei der Gleichheit der Beträge beider Kräfte. Dann würde der Wagen gerade so schwerlos durch den oberen Punkt gleiten.



Wie man sieht, spielen die Masse des Wagens oder der darinsitzenden Personen keine Rolle, alle kommen über den Berg.

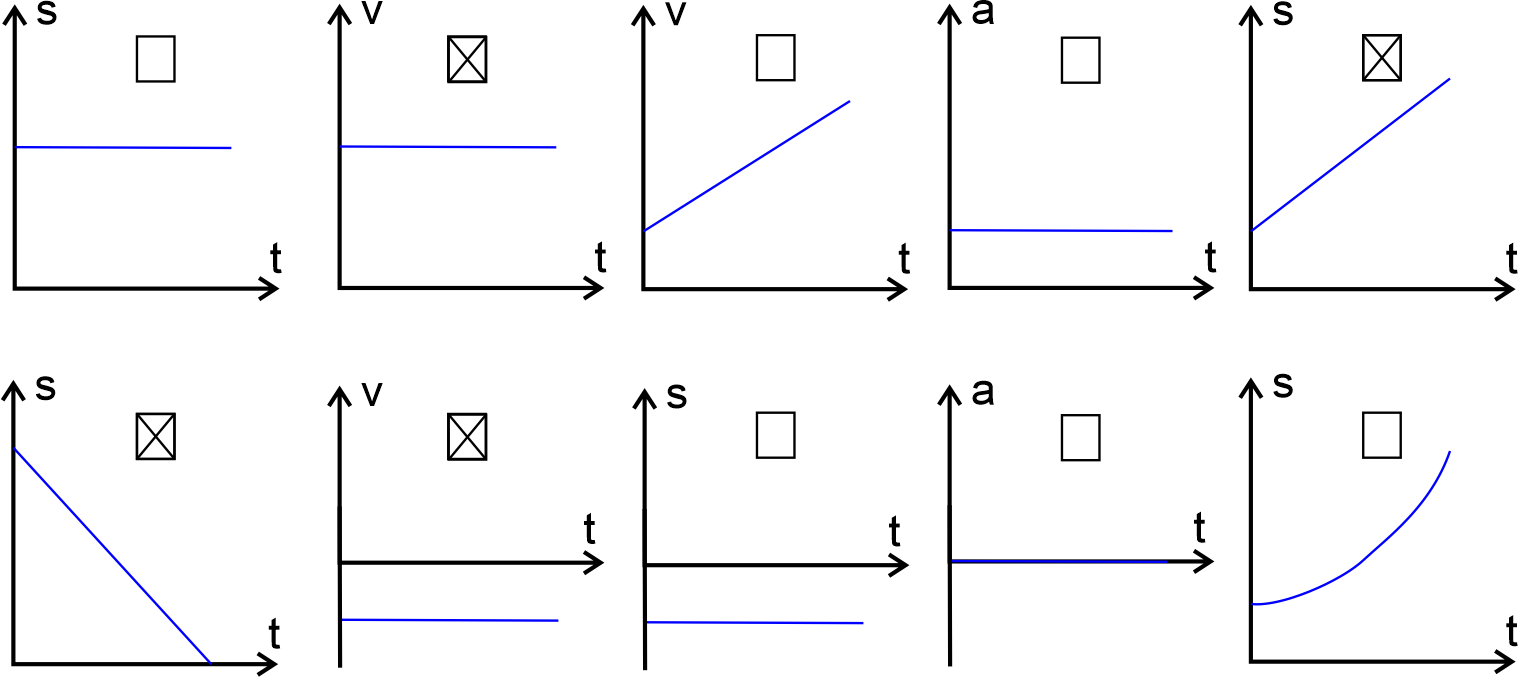
Es ist jedoch nicht die Geschwindigkeit im oberen Punkt gefragt, sondern die Anfangsgeschwindigkeit.

Man nimmt die in a) hergeleitete Gleichung und setzt die Geschwindigkeitsgleichung ein:



Das ist die maximale Geschwindigkeit, die der Wagen am Fuß des Berges haben darf. Man sieht, dass die bei a) berechnete Geschwindigkeit nur etwas kleiner ist. Die Personen spüren also am oberen Punkt fast des Zustand der Schwerelosigkeit.

**1118.**

****

Erste Zeile:

1. Bild: Der Körper bewegt sich nicht

2. Die Geschwindigkeit bleibt konstant

3. Geschwindigkeit wird immer größer

4. Beschleunigung ist größer Null, Körper wird immer schneller

5. Bild: s(t)-Kurve ist eine Gerade, direkte Proportionalität

Zweite Zeile:

1. Bild: s(t)-Kurve ist eine Gerade

2. Bild: Geschwindigkeit bleibt gleich, ist negativ, aber es ist eine gleichförmige Bewegung

3. Bild: Körper bewegt sich nicht

4. Bild: Beschleunigung ist Null, es ist ersichtlich, ob sich der Körper überhaupt bewegt

5. Bild: Wegänderung wird mit der Zeit immer größer, beschleunigte Bewegung

**1119.**

**a)** In der Gleichung für die Geschwindigkeit ist die Fallbeschleunigung g bekannt. Über die Flugzeit weiß man noch nichts.

In der zweiten Gleichung kennt man den Flugweg und die Fallbeschleunigung. Die Zeit ist hier auch nicht bekannt.

Die zweite Gleichung wird nach der unbekannten Zeit umgestellt und diese dann in die erste Gleichung eingefügt.



Da man weiß, dass die Zeit in eine zweite Gleichung eingesetzt werden muss, läßt man die Wurzel erst Mal weg.

Die zweite Gleichung ist



Quadriert man diese Gleichung, erhält man



und kann die Zeit prima ersetzen



Fertig.

**b)**



**c)** Da die Geschwindigkeit proportional zur Wurzel des Flugweges ist, muss der Springer 40 m weit frei fallen.